

# TEORIA Y PRACTICA DEL GENERADOR HALL

por **Fernando Sáez Vacas**  
Ingeniero de Telecomunicación



## INDICE

### 1.- EFECTOS GALVANOMAGNETICOS

#### 1.1.- Efecto Hall.

#### 1.2.- Física de los efectos galvanomagnéticos en los cuerpos isótropos no ferromagnéticos.

- Nota

#### 1.3.- Magnetorresistencia.

#### 1.4.- Angulo de Hall.

#### 1.5.- Condiciones de validez de la expresión $e_{ho} = \frac{R_h}{d} \cdot i_l \cdot B$

#### 1.6.- Constante de Hall y conductividad en semiconductores.

#### 1.7.- Condiciones que debe reunir un semiconductor para su empleo técnico como generador Hall.

### 2.- UNIONES INTERMETALICAS

#### 2.1.- Comparación con los elementos del 4º grupo.

#### 2.2.- Propiedades eléctricas generales.

#### 2.3.- Propiedades eléctricas del antimoniuro de indio.

#### 2.4.- Propiedades eléctricas del arseniuro de indio.

### 3.- EL GENERADOR HALL

- Nota.

3.1.- Sensibilidad en circuito abierto.

3.2.- Circuito equivalente. **Nota.**

3.2.1.- Algunas propiedades del cuadripolo.

3.2.1.1.- Resistencia de entrada

3.2.1.2.- Resistencia de salida

3.2.1.3.- Transferencia de tensión

3.2.1.4.- Transferencia de corriente

3.2.1.5.- Transferencia de potencia.

3.2.1.6.- Resistencia de carga óptima

3.3.- Ruido térmico

3.4.- Influencia de diversos factores.

3.5.- Sensibilidad del generador en carga. Característica específica.

3.6.- Linearización del generador.

3.7.- Adaptación a máxima potencia.

3.8.- Rendimiento máximo

3.9.- Construcción del generador Hall.

3.10. Influencia de la frecuencia.

3.11. Errores en la expresión  $e_2 = K_o \cdot i_1 \cdot B$

3.11.1.- Errores intrínsecos

3.11.1.1.- Tensión óhmica en ausencia de campo de control.

3.11.1.2.- Tensión inductiva en ausencia de corriente de control

3.11.1.3.- Acoplamiento mutuo

3.11.1.4.- Efectos térmicos

3.11.2.- Errores extrínsecos

3.11.2.1.- Histéresis

3.11.2.2.- Flujo residual

3.11.2.3.- Temperatura

3.11.2.4.- Frecuencia

3.12. Modelo de características

#### 4. APLICACIONES DEL GENERADOR HALL

4.1.-- Introducción

4.2.- Aplicaciones basadas en el control de tensión de Hall por variación simultánea de  $B$  e  $i_1$

4.2.1.- Multiplicador analógico

4.2.2.- Medida del par de un motor de corriente continua

4.2.3.- Multiplexor

4.2.4.- Analizador de espectro de frecuencia

4.2.5.- Vatímetro

4.3.- Aplicaciones basadas en el control de tensión de Hall por variación de  $B$ .

4.3.1.- Medida de campos magnéticos

4.3.2.- Medida de corrientes continuas de elevada intensidad

4.3.3.- Lectura estática de programas magnéticos

4.3.4.- Transmisión de una señal sin contacto

4.3.5.- Amplificador de potencia, Oscilador

4.3.6.- Modulación de pequeñas señales continuas

4.3.7.- Transductor digital-analógico

4.3.8.- Transductor de desplazamientos mecánicos longitudinales

4.3.9.- Generador de funciones matemáticas

4.3.10. Defasador

**4.4.- Aplicaciones basadas en el control de tensión de Hall por variación de  $i_f$**

**4.4.1.- Girador, Aislador**

**4.4.2.- Circulador**

## **5. REFERENCIAS,**

El efecto Hall fué descubierto en 1879 por el físico americano del mismo nombre. Durante muchos años ha permanecido en la oscuridad hasta que, históricamente, ha adquirido importancia en el dominio de la física de semiconductores porque condujo a postular la existencia de los huecos y por tanto a construir nuevas teorías no basadas exclusivamente en el flujo electrónico. Actualmente es una prueba corriente en los laboratorios para la determinación de algunas características de los materiales.

Pero también, a partir de la obtención de las uniones intermetálicas entre cuerpos de los grupos 3<sup>o</sup> y 5<sup>o</sup> de la tabla periódica, ha dado origen al generador Hall, elemento nuevo en la medida y el control. La presente monografía, dividida en cuatro capítulos, es un intento por nuestra parte de aportación a una visión de conjunto del generador Hall y en ella hemos tratado de resaltar por igual tanto los aspectos físicos teóricos como los eminentemente prácticos de dicho elemento.

Agosto 1965

# 1. EFECTOS GALVANOMAGNETICOS

Bajo la denominación de efectos galvanomagnéticos se agrupan en la literatura científica los efectos Hall y de magnetorresistencia, que suelen manifestarse simultáneamente. El adjetivo "galvanomagnéticos" se aplica para expresar la idea de fenómenos que acontecen en los cuerpos cuando éstos se encuentran sometidos a la acción de una corriente eléctrica y de un campo magnético.

Nosotros analizaremos especialmente y casi exclusivamente el primero de ellos porque ha dado origen a un elemento de gran aplicación en la técnica de las medidas, del control y de la acústica. Nos veremos forzados a considerar el efecto de magnetorresistencia, ya muy conocido, porque realmente se presenta unido al primero y precisamente, como se verá, de una forma un tanto indeseable. Por fortuna, para el uso industrial, un efecto actúa de contrabalanza respecto al otro, lo que quiere decir que cuando uno se manifiesta con intensidad el otro tiende a desaparecer.

## 1.1.- Efecto Hall.

Ocurre en un conductor o semiconductor que, atravesado por una corriente eléctrica de densidad  $\vec{j}$  se ve sometido también a la acción de un campo magnético  $\vec{B}$ , el cual posee una componente en la dirección perpendicular a la corriente. En estas condiciones aparece un campo eléctrico perpendicular a  $\vec{j}$  y  $\vec{B}$ . El sentido de este campo, su signo, depende del mecanismo de la conducción de corriente (conducción por electrones, conducción por huecos), es decir, del material del cuerpo y de la temperatura.

La aparición de este campo eléctrico y, como consecuencia, la aparición de una tensión eléctrica que se puede medir externamente entre dos puntos físicos, se conoce con el nombre de efecto Hall. Este efecto se caracteriza en los materiales no ferromagnéticos por un coeficiente  $R_H$ , coeficiente que es un escalar en los materiales

isótopos y un tensor en los anisótopos.

Se ha encontrado experimentalmente que el campo eléctrico resultante en los no ferromagnéticos es proporcional al producto vectorial de la inducción  $\vec{B}$  y de la densidad de corriente  $\vec{j}$ :

$$\vec{E}_H = - R_h \cdot \vec{j} \times \vec{B} \quad (1.1)$$

La constante de proporcionalidad es  $R_h$  que se ha dado en llamar "constante de Hall". Parecería más afortunado decir coeficiente o factor de Hall, porque una de sus propiedades características es precisamente su variabilidad. No obstante, como la generalidad lo ha sancionado, también en lo que sigue, se empleará aquí con preferencia la primera de las denominaciones.

De la expresión ( 1.1 ) se deduce que el campo máximo  $\vec{E}_H$  se obtiene cuando  $\vec{j}$  y  $\vec{B}$  son perpendiculares entre sí. En una muestra de material de ancho  $b$ , de espesor  $d$  y de una longitud  $a$ , muy grande comparada con las otras dimensiones, se obtiene una tensión de Hall ( auténtica fuerza electromotriz ), que se expresa así:

$$e_{ho} = \frac{R_h}{d} \cdot i_l \cdot B \quad (1.2)$$

donde  $e_{ho}$  es proporcional a la intensidad de corriente que recorre la muestra, a la inducción magnética perpendicular y a la constante de Hall e inversamente proporcional al espesor  $d$ . Llamamos espesor a la dimensión paralela a la componente útil del campo magnético.

En ( 1,2 ) suelen utilizarse las siguiente unidades prácticas convencionales:

$e_{ho}$  en voltios

$R_h$  en  $\text{cm}^3 / \text{amperio} \cdot \text{seg}$

$d$  en cms.

$i_l$  en amperios

$B$  en voltio. seg./ $\text{cm}^2$

Habitualmente  $B$  se mide en gauss. Como  $10^8 \text{ gauss} = 1 \text{ volt} \cdot \text{seg} / \text{cm}^2$ , ( 1.2 ) pue-



de escribirse también

$$e_{ho} = 10^{-8} \cdot \frac{R_h}{d} \cdot i_l \cdot B \quad (1.3)$$

Las unidades en ( 1.3. ) son:  $e_{ho}$  (volt.),  $R_h$  ( $\text{cm}^3/\text{amp.s.}$ ),  $d$  (cms),  $i_l$  (amp) y  $B$  (gauss).

El signo de  $R_h$  se escoge positivo por definición cuando la densidad de corriente  $\vec{j}$ , la inducción magnética  $\vec{B}$  y el campo eléctrico  $\vec{E} = \vec{v} \times \vec{B}$ , ( $\vec{v}$ , velocidad de los portadores positivos ) forman un sistema rectangular dextrógiro. El campo eléctrico  $\vec{E}_H$ , producido en la dispersión de portadores de carga que ocasiona  $\vec{E}$ , es de sentido contrario a  $\vec{E}$ . ( fig. 1-1 )

Entonces:

$R_h < 0$  efecto Hall normal ( cuando la conducción de corriente es por electrones )

$R_h > 0$  efecto Hall anormal (cuando la conducción es por huecos )

Es decir, el sentido depende de la clase de portadores mayoritarios.

En los ferromagnéticos ( hierro, níquel, cobalto, ciertas aleaciones de manganeso ) no existe ninguna linealidad entre campo de Hall e inducción magnética, por debajo del punto de Curie. Sabido es que, en los materiales ferromagnéticos, según la moderna teoría del magnetismo, hay un acoplamiento de origen eléctrico que no existe más que cuando las distancias entre átomos están comprendidas entre límites muy estrechos. El ferromagnetismo desaparece cuando la energía térmica llega a ser superior a la energía de este acoplamiento, llamada energía de cambio. Este ocurre a una temperatura muy típica que se conoce como punto de Curie, por encima del cual el cuerpo es paramagnético y responde a la ley de Curie.

Pues bien, por debajo del punto de Curie, el campo de Hall o la tensión de Hall en función de la inducción magnética puede representarse por la figura 1-2. En las proximidades de  $B = 0$  crece linealmente con  $B$  y termina por último en una recta de poca

inclinación.

Basados en esta dependencia de la tensión de Hall con la imantación  $M$  se definen en los ferromagnéticos dos coeficientes de Hall, correspondientes a la pendiente de las tangentes de la curva  $e_{ho} = e_{ho}(B)$  para  $B \rightarrow 0$  y para  $B \gg B_{\text{sat.}}$ .

Para la primera parte de la curva ( $B \rightarrow 0$ ) se podría poner:

$$e_{ho} = \frac{R_{hl}}{d} \cdot i_l \cdot M \quad (1.4)$$

y para la segunda ( $B \gg B_{\text{sat.}}$ ):

$$e_{ho} = \frac{R_{ho}}{d} \cdot i_l \cdot \mu_o \cdot H \quad (1.5)$$

Por simple adición se establece la tensión de Hall en cualquier estado magnético posible:

$$e_{ho} = (R_{ho} \cdot \mu_o \cdot H + R_{hl} \cdot M) \cdot i_l / d \quad (1.6)$$

expresión un tanto artificiosa si se recuerda que, en el sistema MKS racionalizado

$$B = \mu_o H + M \quad (1.7)$$

$R_{ho}$  se distingue como coeficiente de Hall regular y  $R_{hl}$  como coeficiente irregular. En el siguiente cuadro se han seleccionado algunos valores de constantes de Hall para hierro, cobalto, níquel y diversas aleaciones a temperatura ambiente. Observar cómo la composición de la aleación y las condiciones previas de preparación influyen decisivamente en los mismos.

Elemento o aleación	$R_{ho}$ en $10^{-10} m^3 / A.s$	$R_{hl}$ "	Observaciones
Fe	+ 1,87	+ 5,41	0,06 % de impureza, quemado en $H_2$ a 6500 C
Co	- 1,33	+ 0,19	0,9 de impureza, quemado en He a 8000 C
Ni	- 0,56	- 5,21	0,35% de impureza, quemado en He a 8000 C
Fe-Ni	+ 9,6	+ 266	31,4% Ni, calentado
	- 1,87	+ 87,5	45% Ni "
	- 1,88	+ 3,39	71, 8% Ni "
Fe-C	+ 3,51	+ 15,5	en cinta, calentado ligeramente ( 1,18% C )
	+ 5,39	+ 18,2	en cinta, quemado normalmente ( 1,18% C )
	+ 8,97	+ 60,7	en cinta, templado ( 1,18% C )
Fe-Si	+ 12,3	+ 125,7	4,05% Si, calentado ligeramente.

Por encima del punto de Curie los materiales ferromagnéticos se asemejan en su comportamiento a los no ferromagnéticos. En la tabla que sigue hemos anotado las constantes de Hall de varios elementos no ferromagnéticos puros, a temperatura ambiente. Están ordenados según los pesos atómicos.

Elemento	$R_h$ en $10^{-10} \text{ m}^3/\text{A.s.}$	Elem.	$R_h$
C (grafito)	+ 740	Cd	+ 0,46..+ 0,63
Mg	- 0,84..-0,94	In	-0,073
Al	- 0,32..-0,4	Sn	- 0,022..-0,04
Cr	+ 3,63	Sb	+ 200..+ 234
Cu	- 0,49..-0,61	W	+ 1,11..+ 1,18
Zn	+ 0,63..+1,04	Ir	+ 0,32..+ 0,4
As	+ 45	Pt	- 0,13..-0,24
Mo	+ 1,26..+1,8	Au	- 0,72..-0,74
Pd	- 0,86	Hg	$ R_h  < 0,02$
Ag	- 0,86...-0,94	Pb	+ 0,09
		Bi	- 5.300..-6.800

## 1.2.- Física de los efectos galvanomagnéticos en los cuerpos isótropos no ferromagnéticos

Para fijar ideas consideramos una muestra de material con conducción por electrones, un metal, por ejemplo. De forma de paralelepípedo, más o menos como en la figura 1-3, es decir, casi una oblea estrecha y lo más larga posible. Sabemos que el efecto Hall consiste en la aparición de una fuerza electromotriz en la dirección de  $b$ , cuando la muestra está sometida simultáneamente a la acción de un campo magnético en la dirección de  $d$  y de una corriente en la dirección de  $a$ .

En la figura 1-4 se analiza por partes el comportamiento eléctrico. En primer lugar, sin campo magnético y con tensión en los electrodos circulan los electrones paralelamente a la dimensión longitudinal del conductor. El sentido de la corriente es el convencional, contrario al movimiento verdadero de los electrones.

A continuación, con campo magnético, sufren una desviación según una trayectoria circular, debida a la fuerza magnética de Lorentz, perpendicular a los campos magnético y eléctrico. Un lado se carga negativamente y el otro positivamente, puesto que queda con defecto de electrones. Esto produce un campo eléctrico, llamado campo de Hall,  $E_y$ , creciente con el número de electrones desviados. Este campo eléctrico produce en los electrones una fuerza eléctrica  $F_e$ , opuesta a la fuerza de Lorentz.

La carga de los bordes y por tanto el crecimiento del campo y de la tensión terminan en el momento en que las fuerzas eléctrica y magnética se equilibran. Es el régimen permanente. Los electrones se desplazan de nuevo en caminos paralelos ya que la fuerza resultante, que actúa sobre ellos, es nula.

Del equilibrio de fuerzas se obtiene

$$E_y = v_x \cdot B \quad (1.8)$$

pero como 
$$v_x = -\mu_n \cdot E_x \quad (1.9)$$

donde  $\mu_n$  es la movilidad de los electrones, o sea la velocidad en cm/s que adquiere un electrón en un campo eléctrico de 1 volt./cm., queda

$$E_y = -\mu_n \cdot B \cdot E_x \quad (1.10)$$

Si a éstas se añaden las relaciones:

$$e_{ho} = b \cdot E_y \quad (1.11)$$

$$i_x = n \cdot e \cdot v_x \quad (1.12)$$

$$i_l = i_x \cdot b \cdot d \quad (1.13)$$

De ( 1.10 ), ( 1.11 ), ( 1.12 ) y ( 1.13 ) se deducen

$$e_{ho} = \frac{R_h}{d} \cdot i_l \cdot B \quad (1.2)$$

$$R_{hm} = - \frac{1}{ne} \quad (1.14)$$

Todo este razonamiento se refiere a un metal y parte de una relación de equilibrio de fuerzas que, realmente sólo es válida para un flujo de electrones en el vacío. De esta visión simplificada no se desprende siquiera la posibilidad de una variación de resistencia en el campo magnético ( 2º efecto ). En realidad los electrones no tienen una velocidad uniforme, sino que  $v_x = -\mu_n \cdot E_x$  es un valor medio de la velocidad. Se trata de un movimiento aleatorio de portadores y no puede hablarse más que de efectos medios, de velocidades medias. Así, en el caso de semiconductores, en la velocidad de un electrón en un campo eléctrico exterior participa la componente de velocidad térmica, generalmente mucho mayor. Por consideraciones estadísticas se llega a otra expresión del campo de Hall, ligeramente distinta de ( 1.10 ) :

$$E_y = - \frac{3\pi}{8} \mu_n \cdot B \cdot E_x \text{ volt/cm} \quad (1.15)$$

y por tanto

$$R_{hn} = - \frac{3\pi/8}{n \cdot e} \simeq - \frac{1,18}{n \cdot e} \quad (1.16)$$

Este valor de  $R_h$  y el anterior del campo se han obtenido para semiconductores del tipo n (conductividad electrónica). Los razonamientos son idénticos para semiconductores del tipo p.

#### Nota a 1.2.-

Se distinguen en los semiconductores dos movilidades: una, la llamada movilidad de Hall, que en esta nota designaremos por  $\mu_H$ , y otra, la movilidad de conducción o movilidad de traslación, que se designa por  $\mu_c$ . La primera se refiere a los portadores mayoritarios, que determinan el efecto Hall. La segunda a los portadores minoritarios, determinantes del comportamiento de un transistor.

Se ha encontrado que la relación que liga a éstas es la siguiente :

$$\mu_H / \mu_c = \mu_{pH} / \mu_{pc} = \mu_{nH} / \mu_{nc} = 3\pi / 8 \quad (1.17)$$

los subíndices p y n significan, como siempre, conducción por huecos y por electrones.

Esta es la explicación de la aparición del factor  $3\pi/8$  en (1.15) y sucesivas. En todas aquellas expresiones la movilidad representa la movilidad de traslación.

El hecho de que  $\mu_c < \mu_H$  se atribuye a la captura de portadores inmediatamente después de colisiones. La movilidad de Hall determina la velocidad de traslación media de electrones o huecos debida al campo eléctrico en el intervalo de tiempo entre colisiones. En consecuencia, ésta es la velocidad que determina la cantidad de desviación producida por el campo magnético. El tiempo adicional consumido en capturas reduce la velocidad media de traslación de los portadores, que es el valor especificado por  $\mu_c$ .

De acuerdo con esto, (1.16) y (1.25) se pueden expresar también de la siguiente forma, en función de las movilidades de Hall y de las conductividades respectivas :

$$R_{hn} = \frac{-1}{n \cdot e} \cdot \frac{\mu_{nH}}{\mu_{nc}} = - \frac{\mu_{nH}}{\sigma_n} \quad (1.18)$$

$$R_{hp} = \frac{1}{p \cdot e} \cdot \frac{\mu_{pH}}{\mu_{pc}} = \frac{\mu_{pH}}{\sigma_p} \quad (1.19)$$

### 1.3.- Magnetorresistencia o efecto Gauss

A causa de la no uniformidad de la velocidad no es posible entonces una compensación por el campo de Hall de la fuerza de Lorentz para cada electrón. Unos electrones no compensados se separan a derecha y otros a izquierda respecto de la dirección longitudinal de la muestra, lo que da origen a un aumento de la resistencia específica  $\rho$  comparada con el caso de ausencia de campo magnético. La variación es la misma independientemente del sentido del campo.

De la teoría electrónica de los metales se deduce que

$$\frac{\Delta \rho}{\rho_B} = 0,38 (\mu_n \cdot B)^2 \quad (1.20)$$

siendo  $\Delta \rho = \rho_B - \rho_0$ ;  $\rho_B$  resistencia específica del material conductor en un campo magnético B y  $\rho_0$  en campo magnético nulo.

En un semiconductor la manifestación del efecto de magnetorresistencia depende mucho de la forma de la muestra. En una muestra con forma de disco de Corbino, (disco con un electrodo en el centro y otro en la circunferencia periférica) la variación de la resistencia con el campo es máxima y sigue la expresión.

$$\frac{\Delta \rho}{\rho_B} = k (\mu_n \cdot B)^2 \quad (1.21)$$

donde k es una constante del material del disco. Esta expresión es aproximadamente válida también para muestras rectangulares en que  $a/b \ll 1$ . A medida que crece la longitud a de la pastilla, respecto de la anchura b, disminuye el efecto de mag-



netorresistencia ( ver 3.4 ).

Observamos que la variación de resistencia es especialmente grande cuando la movilidad de los electrones es elevada.

#### 1.4. - Angulo de Hall

Ya se ha visto cómo ha aparecido un campo eléctrico  $E_y$  (  $E_H$  en el equilibrio ) que no existía. El campo eléctrico total en la pastilla es el resultante de  $E_y$  y  $E_x$ . Las líneas equipotenciales giran respecto de la posición inicial un ángulo, que viene dado por ( 1.10 ) y ( 1.15 ) :

$$\operatorname{tg} \theta_m = -\mu_n \cdot B \quad ( 1.22 )$$

$$\operatorname{tg} \theta_n = - 3\pi/8 \mu_n \cdot B \quad ( 1.23 )$$

$\theta$  es el llamado ángulo de Hall. En el caso de conducción por huecos

$$\operatorname{tg} \theta_p = 3\pi/8 \mu_p \cdot B \quad ( 1.24 )$$

Es decir, las nuevas líneas equipotenciales quedan desviadas hacia un lado u otro de la dirección longitudinal de la muestra, según el tipo de conducción.

#### 1.5. - Condiciones de validez de la expresión $e_{ho} = (R_h/d) \cdot i \cdot B$

Es válida exactamente sólo en las siguientes condiciones:

- en materiales no ferromagnéticos e isótropos
- en muestras de longitud infinita ( experimentalmente se ha comprobado que, en cuerpos semiconductores, para pastillas rectangulares de relación  $a/b \geq 2,5$  es válida en más de un 90% ).
- para tensión obtenida en una resistencia infinita ( tensión de Hall en circuito

abierto )

- cuando se conoce con precisión  $R_h$  en las condiciones de trabajo ( temp<sup>a</sup>, inducción magnética, etc...)
- Cuando no se sobrepasan los límites de disipación del material.

#### 1.6.- Constante de Hall y conductividad en semiconductores.

Se define la constante o coeficiente de Hall como el cociente del campo eléctrico producido por unidad de densidad de corriente y el campo magnético transversal. De las relaciones ( 1.8 ) a ( 1.12 ) se deduce

$$R_{hm} = E_y / i_x \cdot B = - \frac{1}{n \cdot e} \quad ( 1.14 )$$

$R_h$  se puede dar en m<sup>3</sup>/culombio, pero generalmente, debido a los valores más usuales, en cm<sup>3</sup>/culombio = cm<sup>3</sup>/A.s.

Las expresiones de  $R_h$  en semiconductores dopados para conducción exclusiva por electrones o por huecos son las ya vistas

$$R_{hn} = - \frac{3\pi/8}{n \cdot e} \quad ( 1.16 )$$

$$R_{hp} = - \frac{3\pi/8}{p \cdot e} \quad ( 1.25 )$$

p y n son respectivamente el n<sup>o</sup> de huecos y electrones libres por cm<sup>3</sup>; son las concentraciones; e es la carga del electrón en culombios.

Existe aún el caso de semiconductores mixtos o compuestos. Son aquellos en los que simultáneamente hay portadores positivos y negativos. La expresión obtenida superponiendo los efectos con electrones y huecos se complica

$$R_{h_{n,p}} = - \frac{3\pi}{8 \cdot e} \cdot \frac{\mu_n^2 \cdot n - \mu_p^2 \cdot p}{(\mu_n \cdot n + \mu_p \cdot p)^2} \quad ( 1.26 )$$

Reduciéndonos al caso de semiconductores con una sola clase de portadores de carga

vemos que la constante del Hall depende

- del material de la muestra
- de la cantidad de impurezas en el mismo.

En primera aproximación, además, depende fuertemente de la temperatura, ya que la concentración o número de portadores libres crece con ésta en todos los cuerpos semiconductores. También depende de la inducción magnética. (Remitimos al capítulo dedicado a las uniones intermetálicas donde pueden verse gráficos de variación con estas magnitudes).

La constante de Hall es negativa en todo el margen de temperaturas para semiconductores tipo n. Es positiva para semiconductores tipo p a temperaturas ordinarias, pero, se hace negativa a altas temperaturas, cuando la acción intrínseca empieza a producir portadores negativos con movilidades más altas que las de los huecos.

Si ahora observamos la expresión ( 1.26 ) vemos que en los semiconductores mixtos las cosas son aún más complicadas, ya que no puede hablarse más que de resultados cuantitativos. Depende no sólo de las concentraciones sino asimismo de las movilidades. Sabido es que las movilidades de los electrones son siempre mayores que las de los huecos, como ilustra la siguiente pequeña tabla de movilidades en  $\text{cm}^2/\text{volt. seg.}$ :

Portador	Germanio	Silicio
electrón ( tipo n )	3.600	1.200
hueco ( tipo p )	1.700	250

Ocurre entonces que, a veces ( para campos magnéticos débiles ); incluso con preponderancia de conducción tipo p, es  $R_h$  negativa, sobre todo si la relación  $\mu_n/\mu_p$  tiene un valor elevado. Al aumentar la inducción puede superarse la influencia de los electrones y  $R_h$  hacerse positiva. La constante de Hall de este tipo de semiconductores depende mucho del valor de B.

En torno a la expresión  $e_{ho} = \frac{R_h}{d} \cdot i_l \cdot B$  y tratándose de semiconductores, cuerpos que nos interesarán de ahora en adelante con exclusión de los demás, es fácil darse cuenta de que la tensión no depende de la temperatura sólo a través de la variación de  $R_h$  sino también a través de la variación de  $i_l$ , por variación de la conductividad del material.

La conductividad de los semiconductores adopta las siguientes expresiones:

$$\sigma_n = e \cdot n \cdot \mu_n \quad (\text{mhos/cm}) \text{ tipo n} \quad (1.27)$$

$$\sigma_p = e \cdot p \cdot \mu_p \quad ( \quad " \quad ) \text{ tipo p} \quad (1.28)$$

$$\sigma = e \cdot (n \cdot \mu_n + p \cdot \mu_p) \quad " \quad \text{tipo compuesto} \quad (1.29)$$

No es menester hablar de la influencia de la temperatura sobre la conductividad -- pues en cualquier libro que trate de semiconductores se hallará abundante material. Unicamente interesa aquí destacar el hecho de que es otra causa de perturbación cuando varían las condiciones ambientales y utilizar las fórmulas (1.27) a (1.29) para discutir las condiciones que debe satisfacer un cuerpo semiconductor con vistas a su empleo técnico.

### 1.7.- Condiciones que debe reunir un semiconductor para su empleo técnico como generador Hall

El generador Hall es un elemento técnico semiconductor, basado en el efecto Hall. Este es el nombre universalmente aceptado para denominar a este elemento, nuevo en los circuitos. En alguna especificación americana recordamos haber leído Halltron en lugar de generador Hall.

Se plantea la cuestión de ver qué propiedades debe poseer un material semiconductor para dar origen a un efecto Hall suficientemente importante para poder ser utilizado en la práctica.

En la mayor parte de las aplicaciones técnicas, se deben satisfacer las siguientes condiciones:

a) La tensión de Hall  $e_{ho}$  debe ser lo más elevada posible, con objeto de que sea factible una utilización de esta tensión como señal, sin que se haga necesario un dispositivo de amplificación demasiado importante.

Según la expresión ( 1.2 ) se ve que el coeficiente  $R_h$  del semiconductor en cuestión debe ser lo más elevado posible.

b) La tensión de Hall debe permitir accionar directamente un relé, un amplificador magnético, un amplificador a transistores, un oscilógrafo, etc...

Para disponer de una potencia suficiente, la resistividad  $\rho$  debe ser lo más pequeña posible.

c) En cuanto a las aplicaciones en la técnica de medidas, la tensión de Hall debe ser, hasta cierto punto, independiente de las influencias del medio exterior, en particular de la temperatura.

La constante de Hall y la resistividad del material deben ser ampliamente independientes de la temperatura.

Veamos ahora qué condiciones físicas internas son necesarias.

Tenemos que, en el caso de un solo tipo de portadores de carga, p. ej. tipo n :

$$R_{hn} = - \frac{3\pi/8}{n \cdot e} \quad ( 1.16 )$$

$$\rho_n = \frac{1}{e \cdot n \cdot \mu_n} \quad ( 1.27 )$$

La concentración y la movilidad son constantes del material. La condición a) para una constante de Hall elevada se satisface, según ( 1.16 ), en un material de pequeña concentración de portadores. Pero entonces, según ( 1.27 ), el material presenta una alta resistividad, lo que va en contra de la condición b).

De lo que se deduce que las condiciones a) y b) no se satisfacen simultáneamente más que en un material que posea, al tiempo que una pequeña concentración de portadores, una movilidad tan grande que el producto  $n \cdot \mu_n$  lleve a un pequeño valor de  $\rho$ .

En el momento actual solamente algunas uniones intermetálicas o uniones  $A^{III}B^V$ , entre elementos de los grupos 3º y 5º que presentan características de semiconductores, satisfacen las condiciones a) y b) y en determinados casos la c).

La movilidad del arseniuro de indio (InAs) es de 25.000  $\text{cm}^2/\text{v.s.}$  La del antimonio de indio (InSb) de 70.000  $\text{cm}^2/\text{v.s.}$  Son considerablemente superiores a los valores más elevados conocidos en el germanio (3.800) y en el silicio (1.600). La ventaja de las uniones intermetálicas reside pues, en su altísima movilidad.

Material	Desnivel de energía $\Delta E$ , e.v.	Temp <sup>a</sup> T °K	Movilidad $\mu$ ( $\text{cm}^2/\text{v.s.}$ )		Expresión para la movilidad	
			elec.	huc.	elec.	huc.
DIAMANTE	7,2	300	1.800	1.200		
Si	1,12	300	1.500	500	$2,1 \cdot 10^9 \cdot T^{-2,5}$	$2,3 \cdot 10^9 \cdot T^{-2,7}$
Ge	0,75	"	3.800	1.800	$3,5 \cdot 10^7 \cdot T^{-1,6}$	$9,1 \cdot 10^8 \cdot T^{-2,3}$
AlSb	1,5	"	200	200		
GaAs	1,4	"	3.400	200		
InP	1,2	"	3.400	50		
GaSb	0,7	"	4.000	650		
InAs	0,35	"	23.000	240		
InSb	0,17	"	65.000	700	$\sim T^{-1,7}$	
Te	0,38	"	830	540		
Cu <sub>2</sub> O	1,8	"	--	70		$10 \exp(\frac{665}{T} - 1)$
ZnO	3,2	"	100			
CdS	2,2	"				
PbS	0,37	"				
PbTe	0,30	"				

Mg <sub>2</sub> Ge	0,74	"	530	105	$2,5 \cdot 10^{15} \cdot T^{1,5}$	
Mg <sub>2</sub> Sn	0,36	"	210	150		
NaCl	9	84	250	-		
AgCl	5,1	86	275	-		
AgBr	4,3	77	210	-		

Tabla tomada del Handbook of Physics, 1958

Echemos ahora, después de todo lo dicho, una nueva mirada sobre el mecanismo de la conducción para comprender más intuitivamente los fenómenos descritos.

El mecanismo de la conducción, o sea el transporte de portadores de carga, viene determinado por la conductividad eléctrica ( 1.27 ), ( 1,28 ), ( 1.29 ). Grandes valores del producto de la concentración y de la movilidad definen a un buen conductor eléctrico. En un buen conductor puede ser grande la concentración y la movilidad relativamente pequeña, o por el contrario, la movilidad muy alta y la concentración pequeña en comparación.

El mecanismo de la conducción en los conductores metálicos se manifiesta de la primera forma, mientras que en los compuestos intermetálicos, de la segunda, con una movilidad excepcionalmente elevada, y por tanto, aún con pequeña concentración, resultan buenos conductores.

En el cobre, p. ej., se mueven los electrones ( con las habituales densidades de corriente ) a velocidades de algunos mm/s., mientras que en los semiconductores intermetálicos con velocidades del orden de unos 100 m/s.

Sobre las cargas móviles en un campo magnético se ejercen fuerzas que son proporcionales a la velocidad de los portadores. Por ello resalta el hecho físico fundamental de que las propiedades eléctricas de los intermetálicos puedan, debido a su alta movilidad, ser afectadas, en presencia de una acción magnética, muchísimo más, ( varias órdenes de magnitud ), que las de los conductores metálicos con

sus velocidades de traslación de electrones, inherentemente pequeñas. Y ya, en otro plano distinto, más que los semiconductores habituales, germanio y silicio ( velocidades desde 8 hasta 40 veces mayores ).



## 2. UNIONES INTERMETALICAS. PROPIEDADES ELECTRICAS

### 2.1.- Comparación con los elementos del 4º grupo

Son las uniones entre los elementos de los grupos 3º y 5º de la tabla periódica.

Sean los elementos de los tres grupos principales que más interesan en la física del estado sólido los siguientes:

5º grupo principal ( P, As, Sb )

4º " " ( diamante, Si, Ge, Sn gris )

3º " " ( Al, Ga, In )

Antes de explicar las características de las uniones intermetálicas parece conveniente recordar algunas de las características esenciales en la estructura cristalina de los elementos del grupo cuarto y esto por dos razones: en primer lugar se trata de los semiconductores más conocidos ( Si, Ge ) que han dado origen a los diodos y transistores, lo cual significó en su día una nueva revolución industrial; y en segundo lugar porque, históricamente, su desarrollo es posterior y la idea de su realización fué una consecuencia del perfecto conocimiento de aquellos.

Los elementos del 4º grupo poseen la común estructura cristalina del diamante, con la propiedad característica de que los cuatro átomos vecinos más próximos de otro se encuentran situados en los vértices de un tetraedro. Los átomos están ligados por uniones homopolares, en forma de puente entre vecinos próximos. Cada puente tiene dos electrones, que no cuentan para la conductividad. En estrecha relación con estas uniones está la movilidad. Las movilidades alcanzan a la temperatura ambiente valores del orden de  $1.000 \text{ cm}^2/\text{volt.seg.}$  en el diamante, 1.200 a 1.500 en el silicio, 3.600 en el germanio y alrededor de 3.000 en el estaño gris.

Estas altas movilidades están relacionadas con dos propiedades típicas de la malla

cristalina del diamante. Debido a la alta robustez de unión en la malla son especialmente débiles las amplitudes de las oscilaciones térmicas de las mismas. Además la existencia de los puentes homopolares debe originar una pequeña masa aparente de los electrones de conducción y por tanto una alta movilidad.

Otra propiedad muy importante : el ancho de zona prohibido o desnivel de energía. En el diamante es de 6 a 7 electrón-voltios, 1,1 e.v. en Si, 0,7 e.v. en Ge 0,1 e.v. en Sn. El ancho tiene el mismo sentido de crecimiento que el punto de fusión respectivo.

Esta interdependencia es, dentro de una serie homóloga, teóricamente comprensible. Por una parte, el punto de fusión es tanto más alto cuanto mayor es la solidez de la unión. Por otra parte, según la teoría de los electrones en los metales, es el ancho de zona prohibida tanto mayor cuanto mayor es en el potencial periódico de malla la diferencia de potencial entre el máximo y el mínimo. Como esta diferencia crece con la solidez de la unión, también crece el ancho de la zona prohibida. ( Zona prohibida se llama a la diferencia de energía entre los electrones de la última capa de la banda de valencia y la banda de conducción. Justamente el ancho de esta zona define a un cuerpo como aislante, semiconductor o conductor perfecto ).

Otra notoria propiedad de los semiconductores del 4º grupo es que la dependencia de las propiedades de conducción con las impurezas introducidas es clara. Entre las impurezas están los elementos del 3º grupo como aceptadores, las del 5º como donadores. Unos dan lugar a huecos y otros a electrones, móviles en determinadas condiciones. Dentro de la serie homóloga de aceptadores y donadores hay todavía una diferenciación por lo que respecta a los radios covalentes de los átomos de impureza. Ga ( 1,26 ) está menos sólidamente unido que In (  $R_c = 1,44$  ) As ( 1,18 ) que Sb ( 1,36 ).

Se plantea ahora la cuestión de si hay otro cuerpo con las propiedades anteriores en igual o mayor medida.

Las nueve uniones intermetálicas siguientes : AlP, AlAs, AlSb, GaP, GaAs, GaSb, InP, InAs, InSb poseen la estructura de la blenda con su gran semejanza con la malla del diamante. Su semejanza sería total si los elementos que forman aquellas no fueran distintos. La similitud, de todas formas, es grande incluso hasta en las dimensiones de malla y se pueden establecer, de acuerdo con esto, ciertas homologías : Así, en el silicio, la distancia entre átomos próximos es  $2,34 \text{ \AA}$ , mientras que en su homólogo AlP es  $2,36 \text{ \AA}$ . Ocurre lo mismo con el germanio ( $2,44 \text{ \AA}$ ) respecto al arseniuro de galio ( $2,44 \text{ \AA}$ ) y con el estaño gris ( $2,80 \text{ \AA}$ ) respecto de InSb ( $2,80$ ).

En un sentido más amplio pueden compararse los cuerpos AlSb ( $2,62 \text{ \AA}$ ) y InP ( $2,54 \text{ \AA}$ ) con el germanio; los cuerpos AlAs ( $2,44 \text{ \AA}$ ) y GaP ( $2,36 \text{ \AA}$ ) a la unión hipotética SiGe ( $2,39 \text{ \AA}$ ); los cuerpos GaSb ( $2,62$ ) y InAs ( $2,62 \text{ \AA}$ ) a otra GeSn ( $2,62$ ).

Debido a que la representabilidad de las relaciones dimensionales es buena según el sistema de radios covalentes, se puede ver, en las uniones  $A^{III}B^V$  el enlace como Homopolar, en 1ª aproximación, igual que en los elementos. Pero como los elementos del 5º grupo son más negativos y los del 3º menos que los correspondientes elementos del 4º el carácter heteropolar o iónico de una unión  $A^{III}B^V$  es más fuerte que el del elemento correspondiente. Es verdad que, a causa del principio de resonancia de la mecánica cuántica, que se manifiesta entre las partes o aspectos homopolar y heteropolar del enlace, la energía de éste se ve aumentada en una parte iónica, adicional respecto de la de los elementos. Pero representa sólo un término de corrección de 2º orden.

Ejemplo : en la unión AlSb el ión  $Al^{3+}$  (radio  $0,5 \text{ \AA}$ ) es menor que el  $Sb^{5+}$  ( $0,62 \text{ \AA}$ ). La fuerza de atracción de  $Sb^{5+}$  mucho mayor, en comparación, que la de  $Al^{3+}$  para los electrones de enlace, que produce un encubrimiento de la parte iónica del mismo, experimenta por ello una acción compensadora, debido a un efecto de volumen. Este efecto de volumen consiste en que los electrones, a causa del principio de Pauli, tienen tendencia a irse al espacio libre. Por ello la acción atrac

tiva del  $\text{Sb}^{5+}$  es de sobra compensada. Con esto podemos prever que el enlace en  $\text{AlSb}$  es preferentemente homopolar y el aspecto iónico o heteropolar muy pequeño.

Esta participación iónica en el enlace se hace sucesivamente mayor, en  $\text{GaSb}$ ,  $\text{InAs}$  e  $\text{InSb}$ . En el último caso se aprecia claramente cómo la atracción del ión  $\text{Sb}^{5+}$  y el efecto de volúmen, lejos de compensarse, colaboran en el mismo sentido. ( fig. 2 - 1 )

Por consideración de la resonancia de la mecánica cuántica se extraen notables consecuencias sobre el comportamiento eléctrico de las uniones intermetálicas. Veamos por ejemplo, el  $\text{InSb}$ . Ya se ha dicho que el  $\text{InSb}$  posee la misma dimensión de malla que el  $\text{Sn}$ . El peso atómico medio de  $\text{In}$  y  $\text{Sb}$  es igual al de  $\text{Sn}$ , por tanto también las densidades lo son. Como, sin embargo, la solidez del enlace es mayor en la unión que en el elemento ( debido a la colaboración de efectos volumétrico y de atracción ) resulta que las amplitudes de las oscilaciones térmicas de malla son menores en  $\text{InSb}$ . De ello se desprende teóricamente que la movilidad electrónica es mayor en el compuesto que en el elemento. Experimentalmente se comprueba, en efecto. Movilidad de  $\text{InSb}$   $25.000 \text{ cm}^2/\text{volt. seg.}$  frente a  $3.000 \text{ cm}^2/\text{v.s.}$  del estaño gris.

Las mismas consideraciones se pueden hacer para  $\text{GaAs}$  en comparación con  $\text{Ge}$  y para  $\text{AlP}$  con  $\text{Si}$ . Para las otras uniones  $\text{A}^{\text{III}}\text{B}^{\text{V}}$  no hay tanta posibilidad de comparación con los elementos, pero siempre resulta la movilidad mayor en las uniones.

De manera semejante se extraen conclusiones respecto a la elevación del punto de fusión y del desnivel de energía para elementos homólogos. ( Comparar en tabla de apartado 1.7 ).

En lo que concierne a la influencia en las propiedades de conducción debida a las impurezas extrañas, por analogía con los elementos del 4º grupo, los elementos del 2º (  $\text{Cd}$ ,  $\text{Zn}$  ) actúan en los intermetálicos como aceptadores, los del 6º (  $\text{Se}$ ,  $\text{Te}..$  ) como donadores.

## 2.2.- Propiedades eléctricas generales.

Las uniones intermetálicas fueron descubiertas por H. Welker y sus colaboradores, de Siemens-Schuckert, en el año 1952. En los dos o tres años sucesivos aparecieron algunos resultados experimentales que demostraban que algunas de las uniones intermetálicas presentan carácter de semiconductores, con algunas características diferenciadas que magnificaban el efecto Hall y los comportamientos a las altas frecuencias. Esto ha dado origen al desarrollo de transistores de elevadas frecuencias de corte, diodos varactors, diodos túnel y también, aunque menos conocido, de generadores Hall.

A continuación presentaremos una selección de aquellos resultados, exactamente en la misma forma en que fueron obtenidos en los laboratorios de física y química de Siemens en Erlangen. Seguramente es preciso tener algunos conocimientos de la teoría general de los semiconductores para captar del todo la esencia de los gráficos, pero de todas formas trataremos de resaltar exclusivamente las consecuencias fundamentales y elementales de los mismos.

Así, en la fig. 2 - 2 se representan los logaritmos de las conductividades de unas muestras de antimoniuro de indio de los tipos  $n$  y  $p$ , con distintas concentraciones de impurezas en función de la temperatura. Las curvas de variación presentan dos partes, claramente diferenciadas: una, casi horizontal, correspondiente a la conducción por impurezas y otra, casi paralela al eje vertical o rama de conducción intrínseca. Se observa que, finalmente, la conductividad se hace independiente del tipo de impureza. Este es el comportamiento típico de los cuerpos semiconductores. De esta forma se comprueba empíricamente que  $\text{InSb}$  lo es.

Las figuras 2 - 3 y 2 - 4 muestran resultados similares para  $\text{GaSb}$  y  $\text{AlSb}$ .

De las ramas de conducción intrínseca se pueden determinar los anchos de zona prohibida para los distintos cuerpos por la fórmula conocida de los semiconductores:

$$\ln \sigma_i = \ln \left[ \frac{2e (\mu_n + \mu_p) (2\pi \sqrt{m_n \cdot m_p} \cdot kT/h)^{\frac{3}{2}}}{- e \cdot \Delta E / 2kT} \right] \quad (2 - 1)$$

$k$  constante de Boltzmann  
 $T$  temperatura absoluta  
 $h$  constante de Planck  
 $\mu_n$  movilidad de los electrones  
 $\mu_p$  movilidad de los huecos  
 $m_n$  masa aparente de los electrones  
 $m_p$  " " " huecos

sustancia	Si	Ge	InSb	GaSb	AlSb
PUNTO DE fusión en ° C	1.420	958	523	702	1.060
$\Delta E$ ( e.v. )	1,15	0,75	0,53	0,82	1,65

Los resultados confirman cómo con puntos de fusión relativamente bajos se obtiene un amplio desnivel de energía  $\Delta E$  comparado con los de Si y Ge. Por ejemplo el antimonio de galio presenta una gran relación de ancho de zona a punto de fusión.

También las características de rectificación son las clásicas. En GaAs tipo n y en InP tipo p son muy buenas y en InSb no tan buenas. (Fig. 2-5)

En resumen, las uniones InSb, GaSb y AlSb entran dentro del concepto de uniones intermetálicas, ya que In, Ga y Al, por una parte y Sb, por otra, son metales. En modo alguno son semiconductores todas las uniones de este tipo. Es más, la mayoría de ellas presentan principalmente características metálicas y en pequeña proporción semiconductores.

En el caso de InSb, GaSb y AlSb, el antimonio juega el papel de un metaloide. Esto resulta especialmente claro si consideramos también las uniones InAs, GaAs, y AlAs ó InP, GaP y AlP que, en principio, no se diferencian en nada de las

primeras y en las cuales no puede caber duda alguna acerca del carácter metaloideo del segundo componente.

Pues bien, de entre todas estas uniones, de entre las que presentan propiedades semiconductoras, han adquirido especial relieve, por lo que a los efectos galvanomagnéticos se refiere, el antimoniuro de indio ( $\text{InSb}$ ) y el arseniuro de indio ( $\text{InAs}$ ).

### 2.3.- Propiedades eléctricas del antimoniuro de indio.

Para entender los siguientes gráficos es preciso tener presentes las expresiones ( 1,16 ) ( 1,25 ), ( 1,26 ), ( 1,27 ), ( 1,28 ) y ( 1,29 ).

La figura 2-6 es similar a la fig. 2-2, pero pertenece a otra serie posterior de medidas realizadas con seis muestras de material tipo  $n$  y  $p$  con distintas concentraciones de impurezas. Las muestras van numeradas de mayor a menor densidad de impurezas. Es decir, la muestra  $n_1$  está más impurificada que la  $n_3$ , por ejemplo.

De hecho se observa que la muestra  $n_1$  tiene tal concentración que, en realidad, se comporta como un metal ya que, aproximadamente entre  $-180^\circ\text{C}$  y  $450^\circ\text{C}$  presenta un coeficiente de temperatura como los metales. Las demás se comportan como semiconductores con la clásica variación de conductividades y constantes de Hall ( fig. 2-7 ) en sentidos contrarios, debido, como ya se ha dicho anteriormente, al aumento de portadores de carga libres con la temperatura.

Las figuras 2-7 y 2-8 presentan la variación de  $\lg R_h$  con  $1/T$  para una inducción magnética de 2.500 gauss. El signo de  $R_h$  es siempre negativo en las muestras 1, 3, 4 y 5. En las muestras 2 y 6 de material tipo  $p$ , el signo es positivo para bajas temperaturas y se hace negativo, después de pasar por cero, para temperaturas mas altas. Este es el significado de la fractura en las curvas de fig. 2-8. Esencialmente se observa que todas las muestras, incluso cuando las correspondientes conductividades no pueden representarse en una curva común de conducción intrínseca, poseen la misma constante de Hall a altas temperaturas.

La constancia de la constante de Hall a bajas temperaturas se debe a la completa ionización de donadores y aceptadores.

En la conducción intrínseca ( $n = p = n_i$ ), en cambio, se debe emplear la siguiente expresión, que se deduce fácilmente de (1,26):

$$R_h = - \frac{1,18}{e \cdot n_i} \cdot \frac{\mu_n / \mu_p^{-1}}{\mu_n / \mu_p + 1} \quad (2.2)$$

Si se supone  $\mu_n / \mu_p$  independiente de la temperatura puede conocerse la relación entre  $R_h$  y la temperatura  $T$ , dado que

$$n_i = 2 \left( \frac{2\pi \sqrt{m_n \cdot m_p} \cdot kT}{h^2} \right)^{3/2} \cdot \xi^{-\frac{\Delta E'}{2kT}} \quad (2.3)$$

Entonces

$$R_h \sim \frac{1}{n_i} \sim T^{-3/2} \xi^{\frac{\Delta E'}{2kT}} \quad (2.4)$$

Este resultado se aprecia mejor en la fig. 2-9 correspondiente a otra serie de medidas, realizadas también en Siemens-Schckert con 6 preparados de InSb, cuatro del tipo p: 1 ( $4 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ), 2 ( $2,2 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ), 3 ( $6 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ), 4 ( $2 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ ) y dos del tipo n: A ( $1,3 \cdot 10^{16}$ ), B ( $1 \cdot 10^{17}$ ). Puede verse cómo, para altas temperaturas, la pendiente de variación es la misma y el valor de  $R_h$  llega a ser el mismo finalmente.

Por lo que se refiere a la movilidad de los portadores, ésta puede calcularse a partir de los gráficos anteriores mediante la expresión  $R_h \cdot \sigma / 1,18$ ; en conducción por impurezas la movilidad es cualitativamente inversamente proporcional al nº de centros de impureza. De las figs. 2-10 y 2-11 se desprende que los valores de  $\mu_n$  y  $\mu_p$  pueden aumentarse con facilidad en un orden de magnitud purificando las muestras.



En conducción intrínseca, el producto  $R_h \cdot \sigma / 1.18$  es igual a la diferencia de las movilidades de electrones y de huecos (deducir de expresiones (1.29) y (2.2.) haciendo  $n = p = n_i$ ). Dado que  $\mu_n$  es mucho mayor que  $\mu_p$ , puede considerarse con gran aproximación que la movilidad intrínseca coincide con la movilidad de los electrones. La expresión más corriente para ésta en función de la temperatura absoluta es

$$\mu_n = 65000 (T/300)^{-1.66} \text{ cm}^2/\text{v.s.} \quad (2.5)$$

En la tabla del apartado 1.7 se considera una variación algo distinta, proporcional a  $T^{-1.7}$ . Cualquiera de las dos y cualesquiera intermedias, valen. El error es muy pequeño de una a otra.

La movilidad de los huecos en el antimonio de indio resulta difícil de determinar cuantitativamente, debido a su fuerte variación con la temperatura. Es más o menos dos órdenes de magnitud inferior a  $\mu_n$ .

La gran movilidad del InSb ocasiona un efecto muy notable de magnetorresistencia transversal. La figura 2-12, que presenta la variación relativa de la resistividad en función del cuadrado de la inducción a temperatura ambiente, no tiene más valor que --comprobar experimentalmente cómo para campos débiles (excepto cerca del origen de coordenadas) se cumple la expresión (1.20). A temperaturas inferiores la variación es considerablemente mayor en la muestra  $n_5$  o en cualquiera otra de tipo  $n$ , respecto de  $p_6$ .

#### 2.4.- Propiedades eléctricas del arseniuro de indio

Puede repetirse casi palabra por palabra todo lo dicho sobre el antimonio de indio. La movilidad oscila alrededor de  $30.000 \text{ cm}^2/\text{v.s.}$  a temperatura ambiente con una ley de variación según  $T^{-3/2}$ . El desnivel de energía o ancho de zona prohibida es mayor que en el InSb. Se aprecia de una forma cualitativa (fig. 2-13) que la constante de Hall en el InAs tiene un margen bastante amplio en que se man-

tiene constante con la temperatura ( comparar fig. 2-13 con las figs. 2-7, 2-8 y 2-9, fijando la atención en la escala superior de temperatura, que en un caso viene en grados centígrados y en los otros en grados absolutos ). La comparación sólo puede ser cualitativa y relativa porque los gráficos corresponden a tres series de medidas, en distintas condiciones magnéticas y con diferentes concentraciones, pero la conclusión es válida : el arseniuro de indio tiene mayor estabilidad con la temperatura que el antimoniuro de indio. Es un hecho muy conocido en la teoría del estado sólido que los cuerpos más estables con la temperatura son aquellos de zona prohibida más ancha ( Si, AsGa y, en este caso y comparativamente, InAs ).

En las figs. 2-14, 2-15 y 2-16 se representan las variaciones de  $R_h$  y  $\rho$  con la temp<sup>a</sup> y de  $R_h$  con la inducción magnética en unos generadores comerciales realizados con InAs y InSb. Podemos concluir que el material antimoniuro permite mayor potencia y el arseniuro de indio mayor estabilidad.

### 3. EL GENERADOR HALL

Es un elemento de circuito que hace uso técnico del efecto Hall. Consta fundamentalmente de un cuerpo semiconductor, capaz de producir una potencia apreciable en forma de una tensión elevada ( Ver nota ).

La pastilla semiconductora va provista de electrodos para el paso de corriente de control y para recoger la tensión de Hall. El conjunto total es lo que se llama sistema eléctrico del generador.

El generador Hall, en su forma práctica, se presenta protegido contra las sollicitaciones mecánicas y en diversos tamaños y formas de las cuales se describirán algunas más adelante. A esto podemos unir el hecho de la imposibilidad de construir generadores cuyas características dimensionales se ajusten a las establecidas por la teoría.

Todo ello aconseja entrar en una serie de consideraciones que permitan atravesar el puente entre la teoría y la práctica, para acercarnos finalmente al elemento real, tal como lo presenta o lo puede presentar el fabricante, tal como es necesario enfocarlos para un posible diseño.

En lo que sigue se tomará como base para los razonamientos, salvo eventuales alusiones a otras formas, la construcción clásica, rectangular, con electrodos en los bordes, del sistema eléctrico del generador Hall. Esta es la forma "quasionormal". Se llama forma "normal" a aquella, teórica, en que los electrodos de corriente ocupasen todo el ancho de la muestra y los de tensión Hall fuesen puntiformes.

#### Nota

Conviene aclarar que existen muchas posibilidades de aplicación, en muy diversas condiciones, del efecto Hall de distintos materiales. Así, en determinadas circuns-

tancias puede ser preferible, y de hecho lo es, aprovechar la alta tensión de Hall y resistencia de un silicio o un germanio, aún cuando el rendimiento energético sea menor. Materiales como el bismuto, HgTe, HgSe y otros muchos y construcciones especiales en los laboratorios de investigación dan lugar a nuevos dispositivos y patentes. También el efecto de magnetorresistencia ha dado origen a una rama genuina de aplicaciones.

Aunque no perdamos de vista completamente estos hechos, trataremos de encuadrarnos dentro de lo que por ahora se considera es el generador Hall, de características ya definidas. Es decir, un elemento que, en principio, se construye primordialmente de InSb y InAs y que cualquiera puede comprar al fabricante. Sin duda, en los próximos años los catálogos incrementará la lista de productos basados en ambos efectos galvanomagnéticos.

### 3.1.- Sensibilidad en circuito abierto

La expresión teórica ( 1.2 ) es sólo válida para muestras infinitamente largas, no realizables.

En muestras reales, con los electrodos correspondientes, la medida de la tensión de Hall en vacío arroja valores que se apartan, en ocasiones considerablemente, de los calculados en el caso ideal.

Parece aconsejable entonces sustituir aquella expresión por la siguiente, más de acuerdo con la realidad:

$$e_2 = K_o \cdot i_1 \cdot B \quad ( 3.1 )$$

El factor  $K_o$  se denomina "sensibilidad del generador en circuito abierto". Respecto al signo de  $K_o$  son válidas las mismas consideraciones hechas en torno a  $R_h$ . Su valor, con referencia a  $R_h/d$ , depende primordialmente de las dimensiones de la muestra y de la forma geométrica de los contactos. Fijada la geometría del sistema eléctrico del generador ( entendiendo por sistema eléctrico el conjunto de muestra semiconductor y contactos ) la sensibilidad depende eventualmente, aunque no en la mis

ma medida, de la inducción magnética, de la temperatura y en general de todo aquello que afecta al coeficiente de Hall. Más adelante volveremos sobre algunos de estos puntos.

### 3.2.- Circuito equivalente

El generador Hall no puede ser considerado de una forma aislada, sino como parte integrante de un dispositivo de utilización. A estos efectos es necesario estudiar su comportamiento en presencia de otros circuitos. La figura 3-1 representa el esquema de este funcionamiento.

La diferencia fundamental respecto de lo anterior reside en el hecho de que el generador se encuentra cargado.

El sistema se puede ver como uno de dos puertos, una que se toma como entrada y la otra como salida y otra puerta más, correspondiente a la actuación de la inducción magnética. Esta última no aporta energía dentro del sistema pero modifica su estado. En términos de teoría de circuitos puede hablarse de un cuadripolo, cuya matriz de transferencia está controlada por un agente exterior, el campo magnético.

Si tomamos como puerta de entrada aquella por donde transcurre la corriente de control  $i_1$  y como salida la correspondiente a las bornas de tensión de Hall, encontramos que el rendimiento del sistema es

$$\eta_1 = \frac{P_2}{P_1} = \frac{V_2 \cdot i_2}{V_1 \cdot i_1} \quad (3.2)$$

La diferencia  $V_1 \cdot i_1 - V_2 \cdot i_2$  se disipa térmicamente.

Ya que, como sabemos, toda la potencia presente en el sistema proviene de la suministrada por  $i_1$ , cabe pensar en todo caso que, de alguna forma, el rendimiento podrá mejorarse actuando sobre  $B$ . Para llegar a expresiones más explícitas del mismo es preciso antes establecer las ecuaciones del circuito equivalente y hacer algunas conside-

raciones referentes a las influencias del campo de control y de la geometría de los contactos sobre los parámetros de la matriz de impedancias.

Para la definición de tensiones y corrientes en el cuadripolo adoptamos el convenio habitual. fig. 3-2.

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{1L} & -K_o \cdot B \\ K_o \cdot B & R_{2L} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

Esta ecuación matricial se refiere a un generador de sección rectangular ( ver Nota ). El efecto Hall es reversible, como expresan las figs. 3-3 ( a ) y ( b ) y por el mismo hecho que aparece una tensión Hall en los terminales de salida aparece otra en los de entrada cuando por aquellos pasa una corriente  $i_2$ .

$$R_{11} = R_{1L} = \left. \frac{V_1}{i_1} \right|_{i_2 = 0} \quad (3.4)$$

Es la resistencia primaria en circuito abierto o resistencia interna del circuito de control.

$$R_{21} = \left. \frac{V_2}{i_1} \right|_{i_2 = 0} = K_o \cdot B \quad (3.5)$$

Aparece como una resistencia de transferencia. Representa la manifestación cuantitativa del efecto Hall en el generador y tiene la importantísima cualidad de su aptitud para ser controlada desde el exterior del sistema sin contacto alguno eléctrico o mecánico.

$$R_{12} = \left. \frac{V_1}{i_2} \right|_{i_1 = 0} = -K_o \cdot B \quad (3.6)$$

Resistencia de transferencia debida al llamado efecto Hall secundario.

$$R_{22} = \left. \frac{V_2}{i_2} \right|_{i_1 = 0} = R_{2L} \quad (3.7.)$$

Resistencia secundaria en circuito abierto o resistencia interna del circuito Hall.

Con objeto de presentar un cuadripolo más de acuerdo en sus resultados con el funcionamiento real del generador, se puede adoptar otro convenio, en el cual se considere  $i_2$  en sentido contrario. En este caso el circuito equivalente es el siguiente:

( Fig. 3-4 )

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{1L} & K_o \cdot B \\ K_o \cdot B & -R_{2L} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} \quad (3.8.)$$

Que se emplea uno u otro circuito equivalente no tiene mayor importancia. Únicamente queda el hecho de que merece la pena prestar un poco de atención a establecer con claridad cual de ellos se ha adoptado.

De cualquier forma los tres parámetros  $R_{1L}$ ,  $R_{2L}$  y  $K_o$  y la inducción magnética  $B$  definen al generador en marcha. Pero su aplicación correcta exige profundizar algo más en su conocimiento. ( Ver apartado 3.4 )

#### Nota

En una pastilla semiconductora de forma arbitraria con cuatro electrodos arbitrariamente dispuestos ( fig. 3-5 ), formando un cuadripolo con conexiones de sali-

da y entrada en electrodos no contiguos, se cumplen las relaciones de Meixner-Casimir en presencia de un campo magnético ortogonal :

$$R_{12} (B) \neq R_{21} (B) \quad (3.9)$$

$$R_{12} (B) = R_{21} (-B) \quad (3.10)$$

En ausencia de campo magnético  $R_{12}$  y  $R_{21}$  deben ser iguales

$$R_{12} (0) = R_{21} (0) = r_o \quad (3.11)$$

Si los electrodos están equilibrados, como es aproximadamente el caso de los generadores Hall convencionales, rectangulares,  $R_{12} (0) = R_{21} (0) = 0$ , (ver apartado 3-11.1.1). Entonces se tiene que, en el caso de que los términos cuadráticos en  $B$  sean despreciables

$$R_{12} = -R_{21} = R_H \quad (3.12) \text{ Esta es la propiedad "girador"}$$

Si no hay equilibrio de electrodos, debe añadirse  $r_o$

$$R_{12} = r_o - R_H \quad (3.13)$$

$$R_{21} = r_o + R_H \quad (3.14)$$

### 3.2.1.- Algunas propiedades del cuadripolo. Resistencias de entrada

Es sabido que la impedancia de entrada, cuando se maneja una matriz de independencias, viene dada por la siguiente fórmula :

$$Z_{ent} = \frac{\Delta + Z_{11} Z_2}{Z_{22} + Z_2} \quad (\text{fig 3-6})$$



$$\Delta = Z_{11} \cdot Z_{22} - Z_{12} \cdot Z_{21}$$

En nuestro caso, las impedancias son resistencias puras, por lo que

$$R_{ent} = \frac{R_{1L} \cdot R_{2L} + K_o^2 \cdot B^2 + R_{1L} \cdot R_2}{R_{2L} + R_2} \quad (3.15)$$

La resistencia de entrada depende claramente del valor de la inducción magnética y también, como no, de la carga.

$$R_{ent} \Big|_{R_2 = 0} = R_{1L} + \frac{K_o^2 \cdot B^2}{R_{2L}} \quad (3.16)$$

$$R_{ent} \Big|_{R_2 = \infty} = R_{1L} \quad (3.17)$$

De (3.16) y (3.17) y de la condición  $K_o \cdot B < R_{1L}$  ó  $R_{2L}$  se desprende que

$$R_{1L} \leq R_{ent} < R_{1L} + R_{2L} \quad (3.18)$$

relación muy útil porque permite conocer siempre, a la vista de las características del generador, las posibilidades de variación de la resistencia de entrada. Hay más aún; si se representa (3.15) en escala logarítmica por el método aproximado de las asíntotas (Fig. 3-7) vemos que, para una resistencia de carga igual a  $R_{2L} + K_o^2 \cdot B^2 / R_{1L}$ , o sea, redondeando por exceso, para  $R_2 \geq R_{2L} + R_{1L}$  no es posible obtener variaciones en la resistencia de entrada.

Los valores de  $R_{1L}$  y  $R_{2L}$  que hay que considerar son los definidos por el estado de magnetorresistencia del sistema. Dependen de la geometría y material del mismo.

### 3.2.1.2.- Resistencia de salida

Razonamiento similar nos lleva a resultados análogos para la resistencia de salida, sin más que sustituir en todo lo anterior  $R_{ent}$  por  $R_{sal}$ ,  $R_{1L}$  por  $R_{2L}$  y viceversa y  $R_2$  por  $R_1$

### 3.2.1.3.- Transferencia de tensión

La expresión de la ganancia de tensión es

$$A_V = \frac{Z_{21} \cdot Z_2}{\Delta + Z_{11} \cdot Z_2}$$

$$A_V = \frac{K_o \cdot B \cdot R_2}{R_{1L} \cdot R_{2L} + K_o^2 \cdot B^2 + R_{1L} \cdot R_2} =$$

$$= \frac{K_o \cdot B}{R_{1L} \cdot R_{2L} + K_o^2 \cdot B^2} \cdot \frac{R_2}{1 + \frac{R_{1L}}{R_{1L} \cdot R_{2L} + K_o^2 \cdot B^2} \cdot R_2} \quad (3.19)$$

$$R_2' = R_{2L} + \frac{K_o^2 \cdot B^2}{R_{1L}}$$

$$R_2'' = \frac{R_{1L} \cdot R_{2L}}{K_o \cdot B} + K_o \cdot B$$

Por el mismo razonamiento aproximado se puede decir que, aunque realmente el valor de  $A_V$  no se hace constante y máximo hasta que  $R_2$  vale infinito (circuito abierto), para valores cercanos a  $R_{2L} + R_{1L}$  es ya válido considerar  $A_V$  constante (fig.3-8)

En circuito abierto  $A_V < 1$ :

$$A_V = \frac{K_o \cdot B}{R_{1L}} < 1 \quad (3.20)$$

Esto significa que la tensión de Halles siempre menor que la establecida en el circui to de entrada. Es decir, no hay ganancia, aunque si hay transferencia.

#### 3.2.1.4.- Transferencia de corriente

$$A_I = \frac{K_o \cdot B}{R_{2L} + R_2} = \frac{K_o \cdot B}{R_{2L}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{R_{2L}} \cdot R_2} \quad (3.21)$$

En circuito cerrado (  $R_2 = 0$  )

$$A_I = \frac{K_o \cdot B}{R_{2L}} < 1 \quad (3.22)$$

Para valores de  $R_2$  próximos a  $R_{2L}$  y superiores, la transferencia de corriente disminuye continuamente con una pendiente conocida, cuando se representa como en la figura 3-9.

#### 3.2.-.5.- Transferencia de potencia

$$A_p = A_V \cdot A_I = \frac{K_o \cdot B}{R_{2L}} \cdot \frac{K_o \cdot B}{R_{1L} \cdot R_{2L} + K_o^2 \cdot B^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{R_{2L}} \cdot R_2} \cdot \frac{R_2}{1 + \frac{R_{1L}}{R_{1L} \cdot R_{2L} + K_o^2 \cdot B^2} \cdot R_2} \quad (3.23)$$

La curva de transferencia de potencia viene representada aproximadamente por la figura 3-10. La transferencia es siempre menor que la unidad, dado que el generador Hall es un elemento pasivo, disipativo.

La consecuencia importante que podemos extraer de la figura es que se transfiere un máximo de potencia a la carga cuando ésta es una resistencia que cumple la condición.

$$R_{2L} < R_2 < R_{2L} + \frac{K_o^2 \cdot B^2}{R_{1L}} \quad (3.24)$$

### 3.2.1.6.- Resistencia de carga óptima

Desde el punto de vista de teoría de circuitos puede deducirse la resistencia de carga óptima como aquella que hace máxima la potencia transferida ( tal como la hechos de finido en este caso ). Para ello no hay más que hacer

$$\frac{dA_P}{dR_2} = 0$$

y obtenemos

$$\begin{aligned} R_{2,Max} &= \sqrt{R_{2L}^2 + \frac{R_{2L}}{R_{1L}} \cdot K_o^2 \cdot B^2} = \\ &= R_{2L} \sqrt{1 + \frac{K_o^2 \cdot B^2}{R_{1L} \cdot R_{2L}}} \quad (3.25) \end{aligned}$$

El valor de esta resistencia depende de la inducción magnética que actúa sobre el generador, lo mismo que el rendimiento de la transferencia. Más adelante volveremos sobre estos extremos, enfocándolos desde un punto de vista más físico y utilizando en cierto modo parámetros relativos.

### 3.3.- Ruido térmico

Nos referimos a un generador con cuatro conexiones y al menos un eje de simetría.

Los generadores que venimos estudiando están dentro de estas condiciones.

Un circuito con ruido, como el de la figura 3-6, se puede sustituir por otro (fig. 3-11) sin ruido y dos fuentes de tensión de ruido, definidas por la conocida fórmula;

$$\bar{V}_{R_{1L}}^2 = 4K \cdot T \cdot R_{1L} \cdot \Delta f \quad (3.26)$$

$$\bar{V}_{R_{2L}}^2 = 4k \cdot T \cdot R_{2L} \cdot \Delta f \quad (3.27)$$

donde  $\bar{V}_R$  valor eficaz de la tensión de ruido, en voltios

k constante de Boltzmann,  $1,3805 \cdot 10^{-23}$  wat.seg.°K<sup>-1</sup>

T temperatura de la resistencia, en °K

$\Delta f$  ancho de banda, en ciclos.seg.<sup>-1</sup>

Con objeto de determinar la correlación que existe entre ambas fuentes hay un procedimiento consistente en cerrar la entrada por una resistencia  $R_o$ . Circula por  $R_o$  una corriente y ésta, a su vez, causa un ruido adicional en la salida.

Burckhardt demuestra que, en el caso del generador Hall, las fuentes de ruido son incorreladas.

Si se define el factor de ruido como el cuadrado del voltaje de ruido de salida debido a todas las fuentes de ruido, partido por el cuadrado del voltaje de ruido a la salida debido a  $R_o$ , se encuentra que :

- se tiene el mínimo factor de ruido cuando la resistencia de entrada tiene el valor necesario para obtener adaptación conjugada de entrada y salida.
- se tiene el factor mínimo respecto del cuadripolo, o sea el mínimo-minimorum, en un generador Hall para el que

$$R_{1L} = R_{2L} \text{ y } K_o \cdot B = R_{1L} \quad (3.28)$$

En tal caso, se tendría

$$F_{\min} = 7,66 \text{ db.} \quad (3.29)$$

resultado puramente teórico, ya que siempre  $K_o \cdot B < R_{1L}$

Respecto al ruido de centelleo, "flicker noise", se ha demostrado experimentalmente que es despreciable frente al ruido térmico.

### 3.4.- Influencia de diversos factores (geometría, inducción...)

Los parámetros del cuadripolo dependen todos ellos fuertemente de la temperatura, de la geometría de los contactos y muestra y del campo magnético. La primera influencia la consideramos suficientemente estudiada en los apartados 2.4 y 3.11.1.4. Es un tanto imprevisible y en general el único procedimiento eficaz para contrarrestar su efecto suele ser el apantallamiento térmico del generador en un compartimento adecuado.

En cuanto a las influencias de las dimensiones y de la inducción magnética, resulta muy difícil separar unas de otras, ya que a menudo dependen entre sí. En primer lugar, las resistencias primaria y secundaria dependen del campo de control. Este es el efecto resistivo magnético transversal o magnetorresistencia, ya estudiado, uno de los dos efectos galvanomagnéticos que se manifiestan en el semiconductor. En generadores reales esta dependencia con el campo se debe a dos causas: una, a la magnetorresistencia propia del material (fig. 3-12) y otra a las dimensiones de la muestra.

Aunque de distinta forma, también  $K_o$  varía debido a las mismas causas. Se ha encontrado experimentalmente que las variaciones en cualquier caso dependen de  $M B$ , de  $a/b$  y de la anchura de los electrodos de Hall, según diferentes funciones.

$$r_{1L}(B) = \frac{R_{1L}(B)}{R_{1L}(0)} = \frac{\rho(B)}{\rho(0)} \cdot f_1(a/b, s/a, \mu B) \quad (3.30)$$

$$r_{2L}(B) = \frac{R_{2L}(B)}{R_{2L}(0)} = \frac{\rho(B)}{\rho(0)} \cdot f_2(a/b, s/a, \mu B) \quad (3.31)$$

$$K_o \cdot B = \frac{R_h}{d} \cdot f_o(a/b, s/a, \mu B) \quad (3.32)$$

Las dos primeras relaciones expresan las variaciones relativas de resistencia respecto al valor en ausencia de campo magnético.

Existen varios métodos teóricos para determinar las características eléctricas de un sistema rectangular con electrodos de corriente de anchura menor que  $b$  y con electrodos de Hall de dimensión  $s$ , en función de la geometría de la muestra y de los contactos. El método de Newsome permite obtener, por medio de un ordenador digital, la distribución de potencial en la muestra, mediante la solución de la ecuación de Laplace en la forma de diferencias finitas. La muestra de material semiconductor se divide en una red uniforme de células cuadradas. Las intersecciones de las líneas de la red entre sí y con los límites de la muestra proporcionan puntos nodales, a los cuales se aplica el método, con las condiciones de contorno adecuadas. Esto da lugar a un conjunto de ecuaciones que puede ordenarse y tratarse con la máquina.

Otros autores, como Lippmann y Kuhrt, utilizan el método de la transformación conforme y obtienen prácticamente los mismos resultados, pero la primera técnica ofrece la ventaja de poder aplicarse con facilidad a muestras de cualquier configuración.

La fig. 3-13 representa la variación de  $r_{1L}$  en unas muestras de antimonio de indio de  $\mu(0) = 42.000 \text{ Cm}^2/\text{v.s.}$  en función de  $B$ . Se ha tomado  $a/b$  como parámetro y en todos los casos se consideraron los electrodos de Hall puntiformes ( $s/a = 0$ )

En la configuración de disco de Corbino, la magnetorresistencia es máxima y sigue una ley

$$r_{1L}(B) = k. (\mu B)^2 \quad (3.33)$$

donde  $k$  es una constante del material y  $\mu$  la movilidad de los portadores de carga.

En los demás casos

$$r_{1L}(B) \propto B^m \quad \text{con } m < 2 \quad (3.34)$$

El ábaco de la fig. 3-14 muestra las variaciones del producto  $K_o.B$  en unas muestras de arseniuro de indio de  $\mu(0) = 23.000 \text{ cm}^2/\text{v.s.}$ ,  $R_h = 100 \text{ cm}^3/\text{A.s.}$ ,  $d = 100 \mu\text{m}$ . Aunque realizadas las experiencias con materiales distintos tienen valor de comparación y de las figuras 3-13 y 3-14 se pueden extraer las siguientes importantes consecuencias :

Las resistencias primaria y secundaria crecen con el campo magnético tanto más cuanto que la relación  $a/b$  de dimensiones del sistema eléctrico es menor.

El producto  $K_o.B$  por el contrario se hace menor según disminuye  $a/b$

Se comprueba que los efectos galvanomagnéticos son cuantitativamente opuestos. En la alternativa de fabricación de un generador Hall interesa magnificar el efecto Hall y hacer que el efecto de magnetorresistencia aparezca como secundario y a ser posible despreciable. En teoría sólo se conseguiría esto para una relación  $a/b = \infty$ , pero en la práctica se llega a una buena aproximación para  $a/b = 2$ . De hecho, por imperativos industriales se toma a veces una relación algo más pequeña. La variable  $s/a$  entre 0 y 0,15 no influye apenas en los resultados.

La figura 3-15 visualiza la preponderancia de uno u otro efecto según el valor de la relación  $s/b$ . Si se tratase, no de obtener un generador Hall, sino una resistencia controlable magnéticamente, se fabricaría una muestra muy corta en la dirección de la corriente.

En las figuras 3-16 y 3-17 se pone de manifiesto la sola dependencia con el campo magnético de las resistencias primaria y secundaria en una muestra comercial de dimensiones  $a/b = 2$ ,  $s/a = 0,15$ . Es digno de observar que, a pesar de tratarse de un elemento preparado para su utilización como generador Hall, el efecto mag-



netorresistivo es suficientemente importante como para duplicar los valores. Pero en definitiva lo que importa es el comportamiento de la sensibilidad total del generador cargado y sus variaciones con las impedancias externas, es decir con el grado de adaptación.

### 3.5.- Sensibilidad del generador en carga. Característica específica

De la ecuación ( 3.8 ) y teniendo en cuenta que  $V_2 = i_2 \cdot R_2$  :

$$V_2 = \frac{K_o (B)}{1 + \frac{R_{2L} (B)}{R_2}} \cdot i_1 \cdot B \quad ( 3.35 )$$

Esta expresión, por analogía con ( 3.1 ), se puede escribir

$$V_2 = K_1 \cdot i_1 \cdot B \quad ( 3.36 )$$

$$\text{con } K_1 = \frac{K_o (B)}{1 + \frac{r_{2L} B}{\lambda_2}} \quad \text{y} \quad \lambda_2 = \frac{R_2}{R_{2L0}} \quad ( 3.37 )$$

$K_1$  es la sensibilidad del generador en carga. Como en todo lo que sigue suponemos establecida una determinada geometría en la muestra  $K_1$  dependerá exclusivamente de  $B$  y  $\lambda_2$ . Depende del campo magnético y de las propiedades del circuito exterior.

$\lambda_2$  es un parámetro de acoplo.

Paralelamente se obtiene la tensión de Hall secundaria

$$V_1 = K_2 \cdot i_2 \cdot B \quad ( 3.38 )$$

$$\text{con } K_2 = \frac{K_o(B)}{1 + \frac{r_{1L}(B)}{\lambda_1}} \quad \text{y } \lambda_1 = \frac{R_1}{R_{1L0}} \quad (3.39)$$

A diferencia de la sensibilidad en circuito abierto, las sensibilidades primaria y secundaria en carga  $K_1$  y  $K_2$  son distintos entre sí, debido a las resistencias.

En la mayoría de las aplicaciones del generador Hall interesa que la sensibilidad  $K_1$  sea lo más independiente posible del campo magnético. Sólo en este caso será la tensión de Hall verdaderamente proporcional al producto de las magnitudes de control  $i_1$  y  $B$ .

Ahora bien ¿es  $K_1$  constante? A esto podemos contestar rotundamente no. La forma genérica y cualitativa de variación viene descrita por la fig. 3-18.

En la fig. 3-19 se describe graficamente la función

$$S_1(\lambda_2, B) = \frac{V_2}{i_1} = B \cdot K_1(\lambda_2, B) \quad (3.40)$$

$$S_1(\lambda_2, B) = \bar{K}_1(\lambda_2) \cdot B + \xi_1(\lambda_2, B) \quad (3.41)$$

La función  $S_1(\lambda_2, B)$  se define como "característica específica del generador"

Se desea que  $\xi_1(\lambda_2, B)$  sea lo menor posible. En la fig. 3-19 existen dos puntos de máximas fluctuaciones  $\xi_{1, \max}$  (se aproxima la recta para que éstas sean iguales). Si se define una nueva función como el cociente  $\frac{\xi_{1, \max}}{\bar{K}_1(\lambda_2) \cdot B_m}$  ésta es una fluctuación relativa máxima.

y su valor depende de  $\lambda_2$ .

$$F(\lambda_2) = \frac{\xi_{1, \max}}{\bar{K}_1(\lambda_2) \cdot B_m} \quad (3.42)$$

### 3.6.- Linearización del generador

Linearizar un generador consiste en acoplarle una resistencia de carga tal que

$$\frac{K_o (B)}{1 + \frac{r_{2L} (B)}{\lambda_2}} \quad \text{sea lo más independiente posible del campo y que ( 3.42 )}$$

sea mínimo. Ambas son una misma condición.

Para cualquier generador hay siempre un valor mínimo de esta función. Cual sea este valor depende también por supuesto de la forma y dimensiones de la muestra y de los electrodos. La fig. 3-20 se refiere a una muestra de AsIn de coeficiente de Hall  $100 \text{ cm}^3/\text{A.s}$ ,  $a/b = 2$ ,  $s/a = 0,15$ .

El parámetro de acoplo  $\lambda_{2lin}$  que hace mínima la función corresponde a una resistencia  $R_2$ , que se suele denominar resistencia de lineatización. Este dato es sumamente importante y aparece siempre en las especificaciones del fabricante. En general dista mucho de ser la correspondiente a una adaptación de impedancias según el sentido habitual de máxima transferencia de energía. Pero es la adaptación a una máxima fidelidad en la constancia del producto  $i_1 \cdot B$ .

### 3.7. Adaptación a máxima potencia

La expresión de la potencia en la carga es

$$P_2 = \frac{V_2^2}{R_2} = \frac{\lambda_2}{(\lambda_2 + r_{2L})^2} \frac{K_o^2 \cdot (i_1 \cdot B)^2}{R_{2L0}} \quad (3.43)$$

Hay una adaptación para  $\lambda_{2,max} = r_{2L}$ . Es decir, sería necesario adaptar la carga para cada valor del campo magnético, o lo que es lo mismo, no es posible la adaptación, en cuanto a la potencia, de un generador Hall más que cuando éste ha de trabajar con campo constante, por ejemplo, con imanes permanentes. Afortunadamente este caso se presenta a menudo en algunos procesos de control en que el generador tiene aplicación.

En un generador de las características enunciadas para la fig. 3-20 la relación de las potencias en la carga con adaptación lineal y con adaptación máxima oscilan

entre 0,44 y 0,73 en el margen de 0 a 10.000 gauss.

Esta adaptación en principio no tiene gran interés porque se supone la intensidad de entrada  $i_1$  constante e independiente de la carga.

### 3.8. - Rendimiento máximo.

Haciendo operaciones en ( 3.8 ) considerando  $V_2 = i_2 \cdot R_2$ , se obtiene para el rendimiento del efecto Hall primario

$$\eta_1 = \frac{\beta}{r_{2L}} \cdot \frac{\lambda_2}{\left(1 + \beta + \frac{\lambda_2}{r_{2L}}\right) \cdot \left(1 + \frac{\lambda_2}{r_{2L}}\right)} \quad (3.44)$$

con 
$$\beta = \frac{K_o^2 \cdot B^2}{R_{1L} \cdot R_{2L}} \quad (3.45)$$

de lo cual se sigue que, para un generador dado, el rendimiento primario ( único que se considera en la práctica ) no depende de la magnitud de la corriente de control si no sólo del campo y de la resistencia de carga.

La figura 3-21 muestra la variación del rendimiento con el parámetro de acoplo, tomando como parámetro constante la inducción. Para cada valor del campo hay un máximo dependiente de la impedancia de carga.

$$\frac{d\eta_1}{d\lambda_2} = 0$$

$$\lambda_{2,Max} = r_{2L} \cdot \sqrt{1 + \beta} \quad \eta_{1,Max} = \frac{\beta}{(\sqrt{1 + \beta} + 1)^2} \quad (3.46)$$

Comparar este resultado con ( 3.25 )

Análogas relaciones se obtienen para el efecto Hall secundario.

$$\eta_{1, \text{Max}} = r_{1L} \cdot \sqrt{1 + \beta} \quad \eta_{2, \text{Max}} = \frac{\beta}{(\sqrt{1 + \beta} + 1)^2} \quad (3.47)$$

El rendimiento máximo es el mismo en uno y otro sentido, pero se consigue con distintas impedancias.

Para valores pequeños del campo ( $B \rightarrow 0$ ),  $\beta \rightarrow 0$

y

$$\eta_{\text{Max}} \rightarrow \frac{1}{4} \beta = \frac{1}{4} \cdot \frac{K_o^2 \cdot B^2}{R_{1L0} \cdot R_{2L0}} \quad (3.48)$$

Como  $R_{1L0}$  y  $R_{2L0}$  son proporcionales a  $1/\sigma$  y  $K_o$  a  $R_h$  y por otra parte el producto  $R_h \cdot \sigma$  es proporcional a la movilidad de los portadores, el rendimiento máximo es a su vez proporcional al cuadrado de  $\mu B$ .

El rendimiento máximo crece con el campo, al principio con una ley cuadrática, después con arreglo a ninguna ley (fig. 3-22). Hay un valor límite. Sabemos que la tensión de Hall en circuito abierto no puede ser nunca mayor que la tensión de control; entonces

$$\left. \frac{V_2}{V_1} \right|_{i_2 = 0} = \frac{K_o \cdot B}{R_{1L}} \leq 1 \quad (3.49)$$

$$\left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{i_1 = 0} = \frac{K_o \cdot B}{R_{2L}} \leq 1 \quad (3.50)$$

luego

$$\beta \leq 1 \quad (3.51)$$

Para  $\beta = 1$  se alcanza teóricamente el máximo-maximorum del rendimiento.

$$\eta_{\text{Max, max}} = 0,172 \quad (3.52)$$

Este valor no puede sobrepasarse, cualquiera que sea el campo, el material o la resistencia de carga. (Es preciso guardar memoria de que nos referimos a muestras rectangulares, ya que existen formas de este elemento que permiten un rendimiento más

elevado ).

En la figura 3-23 aparecen los tres parámetros de acoplo óptimos considerados

$\lambda_{2,lin}$ ,  $\lambda_{2,max}$  y  $\lambda_{2,Max}$  ( con mayúscula para distinguirlo del anterior ) en su dependencia con el campo, para la misma muestra de los ábacos precedentes.

$\lambda_{2,max}$  y  $\lambda_{2,Max}$  prácticamente se confunden en casi todo el margen y en realidad no merece la pena la mayor parte de las veces considerar más que uno de ellos.

Si se conoce la ley de variación con el campo de la resistencia secundaria, establecido el punto de trabajo ( valor de la inducción ), lo mejor es hacer la adaptación con una resistencia de carga igual a la secundaria en ese punto.

### 3.9.- Construcción del generador Hall

El generador Hall se fabrica en diversas formas y tamaños, según la aplicación a que están destinados. En principio puede hacerse una clasificación en dos grupos que comprenden a aquellos elementos que llevan incorporado circuito magnético ( ferritas, arrollamiento inductivo, núcleos magnéticos ) o no lo llevan. "Grosso modo" podemos decir que el primero de los grupos está constituido por dispositivos multiplicadores moduladores y por aquellos cuyo más amplio uso parece ser la transmisión de señales sin contacto y la lectura de programas magnéticos. El segundo consta de una variada gama de elementos, por lo general de menor tamaño, que son lo que pudieramos llamar sondas; su aplicación básica es la medida de campos magnéticos y otras medidas derivadas.

Cualquiera que sea la presentación final, el sistema eléctrico suele ser idéntico en todos los generadores ( fig. 3-24 ). Los electrodos que llevan la corriente de control se extienden a todo lo ancho  $b$  de la pastilla. Los electrodos para la tensión de Hall presentan siempre, por razones de fabricación, unas determinadas dimensiones  $s$  y  $t$ , cuando serían de desear puntiformes.

El carácter diferenciador lo imprime por lo general la envoltura del sistema eléctrico. En el caso del segundo grupo de que acabamos de hablar, el sistema pastilla semiconductor-conexiones eléctricas se introduce dentro de una cápsula no magnéti-

ca, que puede ser un aislante eléctrico de buena conductividad térmica, con objeto de evacuar las pérdidas por calor debido a las corrientes que circulan por la pastilla. Esta cápsula define la forma y tamaño del generador. El conjunto se realiza también depositando en vacío una película delgada del semiconductor sobre un sustrato no magnético.

El primer grupo utiliza un circuito magnético para guiar el flujo útil según una posición determinada, generalmente perpendicular a la pastilla de material semiconductor. De los diversos procedimientos de construcción dan idea la figura 3-25 ( con placas de ferrita ), la fig. 3-26 ( con arrollamiento y núcleo ) y la fig. 3-27 ( también con placas de ferrita ).

Todos son de muy reducidas dimensiones. Para hacerse una idea, sin tomar los datos del fabricante, baste decir, como ejemplo, que varios de los generadores del primer grupo encuentran utilidad como cabezas lectoras de cintas o tambores magnéticos convencionales. Y entre los del segundo, se emplean algunos como sondas para la medida punto a punto de campos magnéticos y realización de cartas magnéticas.

Para aplicaciones particulares se construyen en los laboratorios los sistemas eléctricos en forma de disco de Cobino, hexagonales, rectangulares con varios electrodos, cuadrados, etc. (fig. 3-28). Así, por ejemplo, el sistema de fig. 3-28 ( a ) es muy útil para modulación de pequeñas señales. Un sistema de la forma ( b ) ( multicontacto ) permite conseguir altos rendimientos, tanto mayores cuanto más elevado el número de electrodos. Ya se comprende que este número, no puede ser muy grande. Los pares electródicos 1-1', 2-2', etc... llevan la corriente de control y los A-A', B-B'... la tensión de Hall. En campos magnéticos fuertes el rendimiento pasa con facilidad del 60%.

### 3.10.- Influencia de la frecuencia

Hablando en términos del semiconductor éste puede transmitir señales cuya frecuencia sólo viene limitada por la de relajación del material y ésta es ordinariamente muy elevada, del orden de gigaciclos.

Pero el generador Hall consta además de unos electrodos, unas conexiones, una envoltura y, a menudo, un circuito magnético de excitación que, sin duda, introducen una alteración en la respuesta teórica del elemento. Es notorio que unos hilos de conexión de entrada y salida no apantallados pueden limitar la frecuencia máxima a menos de 1 Mc/s.

El propósito de este apartado es presentar, casi a título de ejemplo, el comportamiento, en cuanto a la frecuencia, de los generadores Hall con placas de ferrita. Se deduce que, finalmente, este comportamiento depende del diseño y calidad del sistema eléctrico y de su periferia.

De las dos magnitudes de control pueden sucesivamente considerarse variables con el tiempo parece que, experimentalmente, la corriente de control no afecta en absoluto al resultado esperado. Es decir, las medidas realizadas no presentan ninguna variación con referencia al valor obtenido para frecuencia nula, en márgenes que van más allá de los 50 Mc/s. En semiconductores del tipo de unión intermetálica es muy lógico esperar resultados correctos para frecuencias mucho más elevadas, dado que la movilidad es muy grande, por tanto la inercia tiende a cero y el semiconductor responde a cualquier impulso sin retraso alguno.

Por el contrario en el caso de que la magnitud variable con el tiempo sea la inducción magnética puede ocurrir que, en ciertas condiciones, la respuesta tensión-frecuencia ( para inducción constante ) esté muy lejos de ser una respuesta plana. Esto viene asociado, como se verá, a la aparición de unas corrientes parásitas debidas a la oscilación del campo magnético, corrientes que afectan a la distribución del campo eléctrico en la célula semiconductor.

Kuhrt y otros han realizado un estudio teórico y experimental, que establece en principio las siguientes limitaciones : se considera que la sonda es infinita en la



dirección  $x$  y que la inducción magnética sólo tiene componente  $z$  y es homogénea en esa dirección ( fig. 3-29 )

Las ecuaciones de Maxwell :

$$\vec{i} = \sigma \cdot \vec{E} + \sigma \cdot R_h \cdot (\vec{i}_1 \vec{B}) \quad (3.53)$$

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\delta \vec{B}}{\delta t} \quad (3.54)$$

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{i} \quad (3.55)$$

se reducen, con aquellas consideraciones, más las adicionales de que  $\sigma$  es independiente del campo ( condición válida para valores menores de 500 gauss ) y de que el término  $\epsilon \cdot \epsilon_0 \frac{\delta \vec{E}}{\delta t}$  se puede despreciar en el margen de frecuencias estudiado, a las siguientes :

$$i_x = \sigma \cdot E_x \quad (3.56) \quad E_y = R_h \cdot i_x \cdot B_z \quad (3.57)$$

$$\frac{\delta E_x}{\delta y} = \frac{\delta B_z}{\delta t} \quad (3.58)$$

$$\frac{\delta H_z}{\delta y} = i_x \quad (3.59)$$

La tensión Hall es la integral de (3.57) entre  $y = -b/2$ ,  $y = +b/2$  para lo cual se deducen  $i_x$  y  $B_z$  como funciones de  $(y,t)$  eliminando entre las ecuaciones anteriores.

No vamos a indicar los cálculos, que han sido desarrollados por Kuhrt, pero únicamente destacar que la intensidad de corriente puede descomponerse como una suma de dos términos de la forma

$$i_x(y,t) = i_o + i(y) e^{j\omega t}$$

donde  $i_0$  es la densidad, constante en el tiempo y en el espacio, de la corriente de control, mientras que el segundo sumando, de expresión complicada, depende de  $\gamma$  y de la frecuencia, describiría, la distribución de densidades de corrientes parásitas producidas por el campo magnético oscilante.

De aquí que la influencia del campo magnético variable, de alta frecuencia, sobre la tensión Hall proviene de la interacción del campo magnético propio de la corriente de control y las corrientes parásitas, así como de la interacción del campo de estas corrientes y la de control. En la expresión de la tensión Hall resultante aparecen un factor de corrección, un tanto complicado que, a nuestro juicio, no ofrece interés porque su deducción depende de unas condiciones particulares en el enunciado del problema. De todas formas estas condiciones se satisfacen en determinados casos reales de generadores prácticos y por eso tiene interés presentar los resultados en forma de gráficos.

En la figura 3-30 se presenta la variación relativa de la amplitud con la frecuencia para una muestra de InAs, de  $R_h = 100 \text{ cm}^3/\text{A.s}$ ,  $\sigma = 240 \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$ ,  $a = 1,5 \text{ cm}$ ,  $b = 0,6 \text{ cm}$ ,  $d = 10^{-2} \text{ cm}$ . Las medidas se han realizado con inducciones en el entrehierro de 10 a 20 gauss. La pastilla se introdujo entre placas de ferrita de tal forma que el entrehierro era igual al grueso del semiconductor.

La curva de trazo lleno representa la teórica y la de trazos interrumpidos la obtenida prácticamente. La primera alcanza el 44% y la segunda un 35% para 1,5 Mc/s. La diferencia se debe a que los electrodos de Hall no se pueden situar exactamente en los bordes de la muestra sino un poco por encima, lo que limita la anchura efectiva de la misma. Para una anchura real mucho menor  $b = 0,3 \text{ cm}$ , el aumento a 1,5 Mc/s era inapreciable, alrededor de un 3% que cae dentro de la precisión de las medidas.

Veamos en qué casos reales se cumplen las hipótesis o condiciones iniciales del planteamiento teórico del problema. La hipótesis primera de corriente en dirección  $x$  exclusivamente se satisface en una muestra dotada de electrodos de cobre o pla-

ta a todo lo ancho de la misma.

La segunda hipótesis, campo con componente en dirección  $z$  y homogéneo, se consigue experimentalmente introduciendo la pastilla entre dos placas de ferrita de alta permeabilidad con entrehierro  $\delta$  igual al grueso de la pastilla.

Es importante insistir que, sólo en este tipo de generadores, el efecto de la frecuencia es grande e inadmisiblemente. En una muestra muy estrecha, aún con ferritas completamente adheridas; en una muestra entre ferritas, pero con entrehierro mucho mayor que el grueso de la misma; en una muestra excitada por bobina; en todos estos casos el efecto de la frecuencia es inapreciable, siempre que el nivel de excitación se mantenga por debajo del de saturación del circuito.

Las corrientes parásitas causan pérdidas que limitan la potencia admisible útil en el generador, que viene determinada por la disipación térmica del elemento. En el caso de generador citado, emparedado entre ferritas, las pérdidas pueden llegar a 0,1 mw para 1 Mc/s y con 1 gauss de inducción magnética. Con campos mayores las pérdidas son también mayores.

### 3.11.- Errores en la expresión $e_2 = K_o \cdot i_1 \cdot B$

Consideraremos errores intrínsecos aquellos debidos a la pastilla y conexiones propias y extrínsecos a los debidos a la estructura magnética y conexiones eléctricas y magnéticas al generador. En determinadas aplicaciones, en aquellas en que se utiliza el generador como elementos sensible, pueden considerarse como auténticos ruidos

$$e_2 = K_o \cdot i_1 \cdot B + f(A) \cdot dB/dt + M \cdot di_1/dt + f(T) + \\ + f(i_1) + f(i_1) + f(B^n) + \dots$$

### 3.11.1.- Errores intrínsecos

Hay varios. Entre ellos ya hemos hablado de las dimensiones del generador, por ejemplo. Si bien la expresión sólo es correcta para una muestra de longitud infinita, parece que el error cometido es suficientemente pequeño con dimensiones  $a/b = 2$  ó  $2.5$ .

Otra causa de error es el efecto de magnetorresistencia. Hemos convenido en que precisamente interesa y así se hace, que este efecto se manifieste lo menos posible. En la expresión de arriba viene representado por el término  $f(B^n)$ .

#### 3.11.1.1.- Tensión óhmica en ausencia de campo de control.

Llamada en las distintas literaturas *tension ohmique à vide*, *resistive null voltage*, *ohmsche Nullspannung*, corresponde al término  $f(i_1)$ .

En realidad, se puede hablar de un error proporcional a  $i_1$ . Este error proviene de la imposibilidad física de colocar los terminales de salida perfectamente alineados. Ello origina que, en ausencia de campo magnético, los electrodos de Hall no estén al mismo potencial (fig. 3-31).

La expresión de la tensión de Hall sería, afectada de este error

$$e_2 = K_o \cdot i_1 \cdot B + r_o \cdot i_1 \quad (3.60)$$

$$f(i_1) = \frac{\Delta b}{b} i_1 \cdot R_{1L}(0) \quad (3.61)$$

$$r_o = \frac{\Delta b}{b} \cdot R_{1L}(0) \quad (3.62)$$

$r_o$ , factor de proporcionalidad del término parásito, tiene dimensiones de resistencia óhmica. Es un dato del fabricante y es una característica inevitable del generador, puesto que depende del material semiconductor y primordialmente de la finura de fabricación ( $\Delta b$ ). Se da en voltios/amperio. Suele tener un valor menor que  $50 \cdot 10^{-3}$  y en la mayoría de las ocasiones mucho menor.

Para casi todas las aplicaciones, para todas aquellas que utilizan en campo elevado, esta tensión carece en absoluto de importancia, pues es totalmente despreciable frente a la tensión de Hall.

Para aplicaciones de alta precisión y para aquellas que se valen de campos débiles el error puede ser notable, pero existe un procedimiento externo sencillo de compensación de caídas de tensión por red de resistencias ( fig. 3-32 ). En una posición del cursor se obtiene con seguridad una perfecta compensación.

### 3.11.1.2.- Tensión inductiva en ausencia de corriente de control.

En la literatura científica se designa como tension inductive a vide, inductive null voltage, induktive Nullspannung. Se representa por  $f(A) \cdot dB/dt$ . Proviene de los bucles que forman las conexiones de entrada y de salida. Por grande que sea el cuidado en preparar los generadores no es posible evitar que en la presentación práctica de los mismos los hilos de conexión de ida y vuelta del circuito de salida no comprendan superficie no nula frente a las variaciones del campo magnético. ( fig. 3-33 ). Entonces, cuando el campo es variable con el tiempo se induce una tensión adicional parásita e indeseable que es proporcional a la superficie  $A$  comprendida por los hilos y la pastilla en el plano normal al campo.

El fabricante de los valores de  $A$  generalmente en  $cm^2$ , que suelen estar por debajo de  $0,1 cm^2$  en el peor de los casos.

Es norma práctica que la tensión inductiva puede despreciarse para los campos elevados y para las variaciones de campo con la frecuencia industrial de 50 c/s. Para las aplicaciones de gran precisión y para aquellas de campos rápidos puede compensarse este término de error mediante una tensión en oposición, inducida en un 2º circuito colocado dentro de la acción del mismo campo. Esquemáticamente se representa en la fig. 3-34.

#### 3.11.1.3.- Acoplamiento mutuo $M \cdot di_1/dt$ .

Aparece por acoplamiento entre los terminales de entrada y de salida cuando por aquellos circula una corriente variable con el tiempo. Depende de la forma de estos terminales. En el mejor de los casos presenta una zona de acoplamiento tal como ilustra la fig. 3-35.

Teóricamente esta tensión puede separarse de la tensión inductiva, ya que aquella está en cuadratura para corrientes senoidales y ésta en fase. En la práctica, sin embargo, cuando la frecuencia de control es suficientemente alta como para que este término sea apreciable, aparecen efectos de capacitancias y no ha sido posible separarlos. Se considera que  $M$  es muy pequeña.

#### 3.11.1.4.- Efectos térmicos

Hay que considerar dos efectos: los gradientes de temperatura y el cambio de temperatura ambiente.

El primero de ellos,  $f(i_1^2)$ , tiene su origen en las variaciones físicas de uniformidad y grosor del material cristalino del generador. Debido a esto la corriente no es uniforme y por tanto la disipación de potencia no lo será tampoco y habrá una irregularidad en la distribución del calor. Existe una diferencia de temperatura entre los electrodos de Hall y esto da lugar a una tensión suplementaria.

Cuando el campo  $B$  es nulo se mide entonces a la salida una tensión igual a  $r_o \cdot i_1 + f(i_1^2)$ . Por eso, a veces, esta última parte se incluye dentro del concepto de tensión óhmica con campo nulo, pero se deben a motivos bien distintos: la primera a asimetría de los electrodos, la segunda a la no homogeneidad del material.

La forma de separar ambas partes en un laboratorio consiste en realizar dos medidas sucesivas basadas en lo siguiente: el calentamiento, así como la diferencia de temperatura entre los electrodos de salida, son producidos por las pérdidas de calor generadas por las corrientes que recorren la muestra. La tensión térmica depende

por tanto del cuadrado de la corriente, en tanto que la tensión óhmica perturbadora se relaciona linealmente con aquella. El procedimiento es invertir el sentido de la corriente en la segunda medida.

$$e = r_o \cdot i_1 + f(i_1^2) \quad (3.63)$$

$$e' = -r_o \cdot i_1 + f(i_1^2) \quad (3.64)$$

$$2f(i_1^2) = e + e' \quad (3.65)$$

$$2 \cdot r_o \cdot i_1 = e - e' \quad (3.66)$$

En cuanto al segundo efecto, hay que considerar dos coeficientes de temperatura más importantes: el de la resistividad y el del coeficiente de Hall. Ambos son negativos y varían exponencialmente.

De las ecuaciones:

$$e_{ho} = \frac{R_h}{d} \cdot i_1 \cdot B \quad (1.2)$$

$$i_1 = \frac{V_1}{R_{1L}} \quad (3.4)$$

donde  $V_1$  es la tensión aplicada y de las expresiones, obtenidas experimentalmente:

$$R_h(T^\circ) = R_h(0^\circ) \cdot e^{-p \cdot T} \quad (3.67)$$

$$R_{1L}(T^\circ) = R_{1L}(0^\circ) \cdot e^{-q \cdot T} \quad (3.68)$$

se deduce que:

$$e_{ho} = K \cdot V_1 \cdot B \cdot e^{(q-p) \cdot T} \quad (3.69)$$

Valores típicos de  $p$  y  $q$  son 0.017 y 0.014 respectivamente, por lo que  $(q-p)$  es muy pequeño. La figura 3-36 muestra la dependencia con la temperatura para el mismo generador bajo diferentes condiciones de excitación. Debe recalarse que

generadores Hall de capa delgada, con su mayor impedancia de entrada, son más propicios para excitación por voltaje.

Para compensar en parte el pernicioso efecto de la temperatura sobre los resultados del generador, se utilizan muy variados procedimientos técnicos, distintos para cada caso, desde circuitos con termistores hasta cámaras aisladas.

### 3.11.2.- Errores extrínsecos.

Aparecen principalmente en los generadores que utilizan material magnético como ferrita, mumetal o cualquier otro, ya sea como material concentrador o asociado al electroimán.

#### 3.11.2.1.- Histéresis

Para mejorar la linealidad es importante la elección del material magnético en el solenoide. La fig. 3-37 muestra los voltajes de error para dos materiales distintos con el mismo tamaño de entrehierro y el mismo generador. Los voltajes deducidos son las tensiones Hall respecto a un voltaje de referencia. El procedimiento consiste en aplicar una corriente máxima de campo, igualar la tensión Hall al voltaje de referencia, llevar después la corriente magnetizante a cero y al máximo negativo y vuelta al punto inicial.

#### 3.11.2.2.- Flujo residual

Así como el ciclo de histéresis se debe buscar lo más estrecho posible, el flujo residual conviene muy pequeño, preferentemente nulo.

#### 3.11.2.3. Temperatura

Si se monta la pastilla de forma que la conductividad térmica con el núcleo magné-



tico sea grande, el margen dinámico aumente notablemente.

#### 3.11.2.4.- Frecuencia

Teóricamente la frecuencia superior del generador viene sólo limitada por el tiempo de relajación de los portadores. En un montaje práctica se crea una limitación grande en los circuitos excitadores. Es preferible, por ejemplo, excitar la bobina de campo por corriente antes que por tensión, ya que en el primer caso la frecuencia de corte viene determinada por la relación de impedancia de la fuente a la inductancia del devanado y en el segundo por la relación de la resistencia del mismo a la inductancia. El ancho de banda es tanto mejor en el primer caso cuanto más se acerque la fuente a una de corriente ideal.

Hay todavía otros efectos a más altas frecuencias: capacitancias entre arrollamientos en la bobina, entre devanado y núcleo, entre generador y núcleo, etc... Se puede recurrir a apantallar para evitar parte de estos efectos.

El material del núcleo para el trabajo en altas frecuencias es importante. Los núcleos de hierro en polvo o ferrita son recomendables por sus bajas pérdidas. Sin embargo por su baja permeabilidad y pronta saturación, tienen muy limitado el margen dinámico. En cada caso se debe resolver un compromiso para escoger el material más adecuado a la circunstancia, pero no hay que olvidar que un circuito magnético bien diseñado es la clave del éxito para buen resultado en determinadas aplicaciones del generador.

### 3.12.- Modelo de características

Tomadas de Siemens Taschenbuch 1962-63 y del catálogo Semiconductors 1965 de Siemens, presentado en el Salón de Componentes 1965 de Paris.

Para fijar ideas creemos que es suficiente con reproducir las características de dos generadores cualesquiera, por ejemplo FA 24 y SA 23, ambos sondas de campo.

		FA 24	SA 23
$i_{1n}$	mA	400	250
$B_n$	kG	10	10
$e_{2on} \geq$	mv.	300	200
$R_{2,lin}$	$\Omega$	6	9
$K_o \geq$	V/A.kG	0,075	0,08
$K_{lin}$	%/ $K_o$	75	75
$r_o <$	V/A	$2,5 \cdot 10^{-3}$	$50 \cdot 10^{-3}$
$A <$	cm <sup>2</sup>	0,04	0,1
$R_{1LO}$	$\Omega$	1,4	1,9
$R_{2LO}$	$\Omega$	1,1	2
d	mm.	1	1,2
a	mm.	19	14 $\varnothing$
b	mm.	9	-
diseño		A-1	B

La palabra diseño A-1 y B se refiere a los esquemas que aparecen en otra parte del catálogo. Las características difieren ligeramente unas de otras, según el tipo de elemento, pero en general no falta el dato correspondiente a la  $i_{lmax}$  admisible en el mismo.

## 4. APLICACIONES DEL GENERADOR HALL

### 4.1.- Introducción

El generador Hall pertenece a la nueva generación de elementos semiconductores, posterior a los transistores, cuyo uso y conocimiento aún no ha pasado, por así decirlo, de los laboratorios al mercado.

Sus dimensiones, como ya se ha dicho, son muy reducidas y su funcionamiento presenta hechos muy ventajosos: en su forma más sencilla utiliza dos señales de entrada aisladas ambas entre sí, una de las cuales no tiene contacto alguno con el elemento. El elemento, independientemente del circuito exterior, responde a señales desde frecuencia cero hasta de microondas, funciona en tiempo real, es sensible a una función y no a su derivada, realiza el producto vectorial respecto del tiempo o el espacio, etc...

En los últimos años han aparecido en diversas publicaciones algunos resultados de dispositivos a base de generador Hall. Unos son conocidos suficientemente, como el multiplicador, el gausómetro o el girador: otros, en cambio, por más recientes o por otras causas, no se han difundido. No es nuestro propósito describir prolijamente todos ellos. Unicamente pretendemos pasar revista a algunos de ellos, resaltando los principios fundamentales y las propiedades características de los mismos, tanto limitaciones como ventajas.

Para la exposición del tema nos ha parecido más adecuado ordenar los dispositivos con arreglo a la variación de una u otra de las señales de entrada o de ambas a la vez. De acuerdo con este criterio hemos confeccionado el siguiente cuadro de aplicaciones.

Constante	Variable	Aplicación
$i_l$	B	Medida punto a punto de campos magnéticos
"	"	Medida de corrientes con_ tínuas de elevada intensi- dad.
"	"	Lectura estática de progra_ mas magnéticas
"	"	Transmisión de señal sin contacto.
"	"	Amplificador de potencia. Oscilador.
"	"	Chopper
"	"	Transductor de desplaza-- mientos.
"	"	Transductor digital-análo- gico.
"	"	Generador de funciones matemáticas.
"	"	Defasador, etc.....
B	$i_l$	Circulador
"	"	Girador
"	"	Aislador
-	$i_l \cdot B$	Multiplicador analógico
	"	Medida de un par-motor

	"	Multiplexor
	"	Analizador de espectro
	"	Vatímetro, etc....

NOTA.- Hemos incluido dentro de las aplicaciones basadas en la variación del campo algunas en que, realmente, el campo, en un sentido absoluto, no varía porque procede de un imán permanente. Sin embargo, se obtiene una variación real del mismo, en el generador, por desplazamiento mecánico de éste o bien del imán.

#### 4.2.- Aplicaciones basadas en el control de tensión de Hall por variación simultánea de $B$ e $i_l$ .

Son las que hacen uso de la propiedad multiplicativa del generador.

El esquema básico de la multiplicación analógica por elemento Hall es el de la fig. 4-1. La tensión de salida  $V_2$  es, en determinadas condiciones de linealidad, proporcional al producto de las corrientes  $i_l$  e  $i_F$  donde  $i_F$  es la corriente magnetizante.

Sustituyendo funciones de interés por  $i_l$  e  $i_F$  es posible conseguir dispositivos operadores, medidores de potencia, moduladores, multiplexores... La señal de salida puede visualizarse, grabarse o utilizarse para indicación remota.

##### 4.2.1.- Multiplicador

Un multiplicador analógico real tiene el diagrama de bloques de la fig. 4-2, en que el corazón lo constituye el multiplicador Hall de la fig. 4-1. Los amplificadores realizan la adaptación a las señales exteriores. Estas señales son tensiones de amplitud proporcional y de las mismas frecuencia y fase de aquellas magnitudes físicas que se quieren manipular.

Nos parece que conseguir un multiplicador de efecto Hall de grandes resultados en

cuanto a los márgenes posibles de amplitud y sobre todo de frecuencia es lo más difícil que se puede intentar con este elemento. Todos los errores inherentes al generador, que se han señalado en el apartado 3.11, pueden estar presente y hay que eliminarlos. Esto complica los circuitos y encarece todo el dispositivo hasta tal punto que el diseñador se verá obligado a llegar a un compromiso, aceptando unos determinados porcentajes de error.

Daremos algunas normas prácticas.

Como semiconductor quizá sea preferible emplear AsIn por su pequeño coeficiente de temperatura, aunque finalmente lo mejor es encerrar el conjunto del generador en una estufa con termostato, regulada a una cierta temperatura.

La pastilla semiconductor (normalmente entre placas de ferrita) se sitúa en el entrehierro de una bobina con núcleos. No hay que olvidar que el entrehierro es proporcional a la intensidad en el arrollamiento para una densidad dada de flujo. En este sentido interesaría que fuera pequeño. Pero por otra parte, el error por histéresis en continua es inversamente proporcional al entrehierro. De ahí que no pueda hacerse demasiado pequeño.

En cuanto al núcleo magnético, sabemos que la ferrita permite un buen ancho de banda. En cambio presenta algunas desventajas respecto de muchos materiales de hierro: tiene baja densidad de saturación (lo cual, después de todo, pudiera no tener mayor importancia, dado que las placas de ferrita del propio generador limitan de suyo la densidad) y gran error de histéresis en continua.

Referente a los amplificadores se construyen de transistores, más adecuados por las intensidades de corriente y resistencias internas. Las etapas de los mismos se acoplan directamente, con objeto de permitir el funcionamiento incluso para señales continuas. El amplificador de producto suele presentar problemas de deriva. Para conseguir estabilidad en los amplificadores puede ser necesario recurrir a reducir la respuesta en frecuencia de alguna etapa. El empleo de realimentación, sobre todo en el amplificador de corriente de campo, mejora la respuesta en frecuencia, al ensanchar el margen de que la corriente está en fase con la tensión señal correspondiente.

La respuesta total en frecuencia del conjunto es pobre y depende de los niveles de entrada. La respuesta viene limitada por muchas causas, entre las cuales las capacidades propias de pastilla y circuito excitador, las dificultades del circuito magnético ( material del núcleo, capacidades entre hilos del devanado, entre devanado y núcleo, entre núcleo y pastilla, histéresis, saturación, etc.. ) Por el momento, los dispositivos realizados tienen una frecuencia máxima útil de unos pocos kilociclos.

La casa Blackburn produce o producía el multiplicador BIE 294, que admite en sus dos entradas amplitudes de  $\pm 100$  milivoltios en continua y en corriente alterna hasta varios cientos de ciclos. La salida puede llegar hasta  $\pm 10$  voltios sobre una carga mínima de  $10\text{ K}\Omega$ , con un ruido máximo de  $10\text{ mV}$ . El cristal es de AsIn. Hemos tenido ocasión de realizar algunas experiencias con este aparato en el verano de 1963.

Multiplicando dos señales senoidales de la misma frecuencia y fase

$$A \cos \omega t \cdot A \cos \omega t = \frac{A^2}{2} \cdot (1 + \cos 2\omega t) \quad (4.1)$$

y comparando la señal de salida con una de las de entrada en un oscilógrafo de doble vía, se obtenía una componente continua superpuesta con otra alternativa pura de la misma amplitud que la continua y frecuencia doble que la señal de entrada.

Si se realizaba el producto de dos tensiones de  $100\text{ mV}$ ., máxime admisible según las especificaciones, recogíamos resultados correctos hasta  $200\text{ c/s}$ , aproximadamente. Al disminuir la amplitud de las señales de entrada aumentaba considerablemente el margen útil de frecuencias y para señales de alrededor de  $30\text{ mV}$ . podía operarse con toda exactitud hasta unos  $600\text{ c/s}$ . Variando sólo la frecuencia de la señal de entrada al canal de corriente de control la respuesta es mucho mejor.

Un folleto de Beckman Instruments, fechado en Marzo de 1964, presenta un multiplicador analógico con entradas posibles máximas de  $\pm 100$  voltios para una salida de  $\pm 10$  voltios. Las frecuencias máximas a las que se obtienen  $20$  voltios pico a pico son  $15\text{ Kc/s}$  para el canal X y  $2\text{ Kc/s}$  para el canal Y. Presenta



deriva y errores, calibrados por el fabricante. Así, la siguiente tabla para  $Y = \pm 100$ ,  $X = 100$ .senwt:

frec. c/s.	error, % de escala total	defasaje
100	0,25	0,2°
500	1,00	0,5°
1000	2,00	1,0°

La variedad de resultados puede ser tanta como la de fabricantes,

Basados en el efecto de multiplicación es posible realizar diferentes operadores: multiplicadores de tres, cuatro...ene magnitudes, inversores y divisores. Por ejemplo, en la fig. 4-3 se realiza la inversión de una magnitud cualquiera proporcional a  $i_F$ . El sistema debe diseñarse de tal manera que se regula la tensión de Hall a un valor constante a través del amplificador, que puede ser magnético. Entonces

$$V_h = \text{cte} = c \cdot i_F \cdot i_1; \quad i_1 = \frac{k}{i_F} \quad (4.2)$$

#### 4.2.2.- Medida del par de un motor de corriente continua

El par  $M$  es proporcional al producto del flujo de la pieza polar y la corriente de inducido.

$$M \sim \Phi \cdot I_1 \quad (4.3)$$

En el punto medio de una pieza polar puede considerarse que la inducción  $B_m$  es proporcional al flujo, en máquinas compensadas. Si se coloca un generador Hall en dicho lugar, de tal forma que se vea atravesado por  $B_m$  como campo de control y se hace pasar por los terminales de corriente de control una parte de la de inducido, la tensión Hall excitada, proporcional a  $B_m \cdot I_i$  lo es también a  $\Phi \cdot I_i$  y por tanto al par.

$$c.V_h = M = M_p + M_u \quad (4.4)$$

El par motor está compuesto de dos sumandos,  $M_p$  ( par de pérdidas ) y  $M_u$  ( par útil ), que predomina sobre el anterior.  $M_p$  suele ser además constante en la mayor parte de las aplicaciones. La variación de la tensión con el par útil es una recta cuya pendiente y ordenada en el origen son fáciles de determinar en cada caso. Con un método basado en este principio puede regularse un motor de corriente a un par constante.

#### 4.2.3.- Multiplexor

Supongamos las dos entradas senoidales y, para mayor generalidad, de diferentes amplitudes y frecuencias y con un desfase  $\phi$ .

$$i_1 = X.\text{sen}w_1t \quad (4.5)$$

$$B = Y.\text{sen} ( w_2t + \phi ) \quad (4.6)$$

Realizados el producto y una sencilla conversión trigonométrica del mismo, tenemos :

$$\begin{aligned} V_2 &= \frac{K_1.X.Y}{2}.\cos \left[ (w_1 - w_2) t - \phi \right] - \\ &\quad - \frac{K_1.X.Y}{2}.\cos \left[ (w_1 + w_2) t + \phi \right] = \\ &= \frac{K_1.X.Y}{2}.\cos (w_d t - \phi) - \frac{K_1.X.Y}{2}.\cos (w_s t + \phi) \quad (4.7) \end{aligned}$$

donde

$$w_d = w_1 - w_2 \quad (4.8)$$

$$w_s = w_1 + w_2 \quad (4.9)$$

Un examen de las ecuaciones revela que ninguna de las frecuencias originales aparece a la salida. Por tanto :

- a) La salida está libre de portadora. La información está contenida en cualquiera de las bandas laterales.
- b) No está sujeta a distorsión de modulación. La señal puede ser de mayor amplitud que la portadora.
- c) No hay restricción en cuanto a la relación de frecuencia señal a frecuencia portadora.
- d) Lo que se detecta es el nivel de la entrada (no su variación), lo que permite una buena respuesta transitoria.

#### 4.2.4.- Analizador de espectro de frecuencia

La ecuación (4.7), supuesta constante a todas las frecuencias la amplitud del campo magnético, se convierte en

$$V_2 = \frac{K_2 \cdot X}{2} \cdot \cos \left[ (w_1 - w_2) t - \varphi \right] - \frac{K_2 \cdot X}{2} \cdot \cos \left[ (w_1 + w_2) t + \varphi \right] \quad (4.10)$$

Si  $X$  representa la amplitud de corriente de la señal a analizar, fácilmente se constituye un analizador de espectro. Varíese, sin alterar su amplitud, la frecuencia de la corriente de la bobina de campo hasta que  $w_1 = w_2$ . Entonces

$$V_2 = \frac{K_2 \cdot X}{2} \cdot \cos \varphi - \frac{K_2 \cdot X}{2} \cdot \cos (2w_1 t + \varphi) \quad (4.11)$$

y un voltímetro de corriente continua conectado a la salida dará en ese momento una lectura, que es proporcional a la amplitud del armónico que se investiga.

Un dispositivo de este tipo es muy simple y tiene una resolución muy elevada, tanto que en un instrumento práctico pudiera ser necesaria alguna forma de control automático de frecuencia. Su frecuencia superior viene limitada por la exigencia de tener que obtener un campo magnético senoidal a dicha frecuencia. Para ello se utiliza un oscilador de potencia. Como el nivel de salida está determinado por la

amplitud de la componente y por el valor del campo, la frecuencia superior lo estará en definitiva por la sensibilidad deseada. No resulta difícil llegar a varios megaciclos.

Es posible que la principal aplicación de este dispositivo esté en la gama de las frecuencias de audio sustituyendo a los analizadores convencionales de filtros muy sintonizados. Un analizador de efecto Hall permite detectar un buen número de armónicos.

#### 4.2.5.- Vatímetro

También cuando las dos señales en el multiplicador Hall son de la misma frecuencia puede constituirse un traductor de potencia. En este caso ( 4.7 ) se reduce a :

$$V_2 = \frac{K_1 \cdot X \cdot Y}{2} \cdot \cos \varphi - \frac{K_1 \cdot X \cdot Y}{2} \cdot \cos ( 2\omega t + \varphi ) \quad ( 4.12 )$$

El primer sumando es un término de tensión continua proporcional al producto de las amplitudes de las dos señales y al coseno del ángulo de defasaje entre las mismas.

Cuando X es proporcional a la corriente o a la tensión en una carga e Y a la tensión o corriente en la misma carga, el término es proporcional a la potencia media y la medida se realiza con un voltímetro calibrado de corriente continua.

En la figura 4-4,  $I = I'$ , con el pequeño error de la corriente que se desvía por el primario del transformador y  $V = V'$ , salvo la caída despreciable de tensión en la bobina excitadora de campo.

Del primer sumando de ( 4.12 ) se desprende la posibilidad de detectar o medir cambios en el ángulo de fase, lo que da origen a otros dispositivos, como puede ser un discriminador de fase. El segundo sumando permite duplicar frecuencias, medir factores de potencia, voltiamperios, etc.... En el mercado existen vatímetros de corriente industrial, para red mono y trifásico, en los que no hay problema con la frecuencia ( 50 o 60 c/s. )

El elemento Hall, por sus dimensiones y por su inherentemente extensa respuesta en frecuencia, resulta muy adecuado asimismo para medir potencias en conductores tales como cables coaxiales ( fig. 4-5 ( a ) , o en guías de onda, ( fig. 4-5 ( b ) . El campo eléctrico  $E$  del vector de Poynting produce la corriente en la sonda y el campo magnético necesario. El umbral de excitabilidad de la sonda es muy bajo y en este sentido se adquiere una ventaja respecto del empleo de termistancias.

Es conveniente situar la sonda en un lugar donde el campo magnético sea fuerte antes que lo sea el eléctrico, a causa de la limitación impuesta por la disipación del elemento. Es deseable incrementar el flujo mediante algún concentrador magnético como anillos de alta permeabilidad, núcleos, etc... Hay que disponer circuitos para eliminar la acción rectificadora de las conexiones. Es necesario tener en cuenta un gran número de factores y, en resumen, puede decirse que no parece resultar fácil por ahora el empleo de sondas Hall en la medida de potencias de alta frecuencia.

En torno al empleo del efecto Hall en la técnica de microondas es importante conocer los trabajos de Barlow.

No nos resistimos a citar aquí y describir someramente el principio de una nueva técnica, que permite mejorar los resultados de los dispositivos de microondas basados en el efecto Hall ( vatímetros, mezcladores, atenuadores variables...). Esta técnica se denomina de "refuerzo de los campos de alta frecuencia por medio del efecto Hall". En 1960 Midgley demostró que, cuando una corriente continua recorre radialmente un semiconductor en forma de disco de Corbino, el cual está sometido a la acción de un campo magnético axial, el efecto Hall del disco produce una corriente circular que, según el sentido de la corriente aplicada, tiende a oponerse o a reforzar el campo magnético. En un semiconductor tipo  $n$  de gran conductividad con una corriente de sentido periferia-centro, el campo axial se ve reforzado.

Esta propiedad es particularmente útil cuando materiales como  $AsIn$  o  $SbIn$  se manejan en muy alta frecuencia, con la consiguiente dificultad de penetración por el campo magnético. La técnica sólo es válida en semiconductores cuya componente de densidad conductiva prevalece. Un vatímetro de efecto Hall basado en este princi-

pio es ligeramente distinto ( ya que hay que proveer los medios para una corriente radial ) de uno clásico.

#### 4.3.- Aplicaciones basadas en el control de tensión de Hall por variación de B

##### 4.3.1.- Medida de campos magnéticos

La medida de un campo magnético con un generador Hall se basa en el hecho de que, si se mantiene la corriente de control constante y se consigue una adaptación lineal, la tensión Hall es directamente proporcional a la componente del campo magnético normal a la pastilla semiconductora.

La idea de aplicar el efecto Hall a la medida de los campos magnéticos es antigua, pero la solución autenticamente práctica sólo ha sido posible a partir de la consecución de las uniones intermetálicas, hacia el año 1952. Parece que la primera aplicación técnica del efecto Hall fué la medida de campos magnéticos por medio de un dispositivo basado en el efecto Hall del germanio ( 1948 ).

La utilización del generador Hall tiene, sobre todos los procedimientos hasta ahora empleados en dichas medidas, tres importante y fundamentales ventajas:

- 1) Es proporcional al valor absoluto del campo. Elimina por tanto las partes móviles.
- 2) Debido a su pequeñísimo tamaño permite la medida punto a punto y el acceso fácil en cualquier circunstancia.
- 3) Como la única componente de la inducción magnética que interviene en su funcionamiento es la normal, permite asimismo la determinación precisa de la dirección y amplitud.

Los campos, por lo que se refiere a su medida con esta nueva técnica, se pueden dividir en intensos y débiles.

Para la medida de campos débiles no alternativos se presenta la dificultad de la ten-

sión de Hall residual inherente con campo nulo. Esta tensión perturba la medida, aunque se puede compensar con circuitos exteriores de resistencias. En la gama de 0 a 50 gauss existe un artificio que consiste en aumentar la sensibilidad del generador concentrando el campo magnético mediante dos barras de alta permeabilidad, mumental o ferrita, como ilustra la figura 4-6. De esta forma se eleva la intensidad del campo en la proximidad de la sonda y como consecuencia la tensión Hall, lo que permite considerar despreciables los efectos perturbadores.

Este dispositivo presenta, sin embargo dos inconvenientes : en primer lugar limita el margen de medidas, en principio hasta 40 o 50 gauss, debido a la rápida saturación del concentrador. Por otra parte, a causa de la deformación del campo, producido por las barritas de metal, no se consiguen medidas precisas más que en el caso de campos homogéneos o de gradiente débil.

Para obtener distintos márgenes hay que variar el nivel de saturación utilizando distintos materiales concentradores. Existen generadores de AsIn con una sensibilidad del orden de  $10^{-5}$  voltios/gauss.

Con este elemento y en este orden de magnitud se realizan medidas del campo terrestre, del campo de dispersión presente en las proximidades de grandes masas de hierro, por ejemplo para la detección de yacimientos de mineral. Se ha desarrollado un inclinómetro para la medida de la inclinación del campo terrestre, que utiliza las propiedades directivas de una sonda con concentrador. La resolución angular es de 3 minutos de arco y permite estudios de prospección de minerales. Las sondas Hall también son sumamente útiles para las medidas en entrehierros de aparatos electrotécnicos.

Respecto a la medida de campos magnéticos elevados no alternativos, necesaria en los centros de investigación nuclear o en cualquier lugar donde existan aceleradores de partículas o grandes electroimanes, no hay inconveniente alguno, poniendo gran cuidado en el diseño de los equipos electrónicos que detectan, amplifican y transforman la señal recogida en la sonda, en obtener una precisión absoluta de  $10^{-3}$ , sólo superada por el muy delicado procedimiento de la resonancia magné-

tica nuclear.

Se puede utilizar un generador de AsIn o de  $\text{In}(\text{As}_{0,8}\text{P}_{0,2})$  que, con un  $\pm 3\%$ , mantiene su  $R_h$  constante hasta unos 180 KG.

En el caso de campos magnéticos elevados creados por una bobina en el aire, recorrida por una corriente, pueden realizarse medidas con una precisión relativa mayor del 1% hasta unos 200 KG. haciendo uso de dos sondas.

Primeramente se calibran hasta 17 0 20 KG con ayuda de un dispositivo de resonancia magnética. Se coloca la primera sonda, A, en el centro geométrico de la bobina y se hace que por ésta pase la corriente para la cual se quiere conocer el campo en dicho punto. La sonda B la colocamos en un punto tal que la tensión de Hall producida esté sobre la curva de calibrado anteriormente realizada. Se miden las tensiones Hall en A y B, a las cuales corresponden campos  $H_{A1}$  y  $H_{B1}$ , el primero de los cuales es desconocido, ya que no se encuentra en la curva de calibrado ( figura 4-7 )

Después se disminuye la corriente en la bobina hasta que el campo creado en el punto en que se encuentra A sea idéntico al medido previamente en B, cuya sonda no movemos. Se miden de nuevo las tensiones, a las que corresponden campos  $H_{A2}$  y  $H_{B2}$ . Tenemos que

$$H_{B1} = H_{A2} \quad (4.13)$$

Y por la proporcionalidad entre corriente y campo:

$$H_{A2} = a \cdot I_2 \quad (4.14)$$

$$H_{B2} = b \cdot I_2 \quad (4.15)$$

$$H_{A1} = a \cdot I_1 \quad (4.16)$$

De todas ellas se deduce:



$$H_{A1} = H_{A2} \cdot \frac{I_1}{I_2} \quad (4.17)$$

$H_{A2}$  se lee en la curva de calibrado, ya que forzosamente corresponde a un campo menor que 20 KG.

Principales inconvenientes de las sondas de efecto Hall en la medida de campos magnéticos no alternativos: su sensibilidad a los cambios de temperatura y la molestia que significa no poder encontrar dos sondas iguales, aún con la misma nomenclatura, lo que obliga a realizar un nuevo calibrado cada vez que se cambia de sonda.

La medición de campos magnéticos alternativos ofrece la dificultad de que la tensión de Hall ( en circuito abierto ) puede depender de la frecuencia de los mismos. Afortunadamente en el caso de generadores sin circuito de material magnético o en todo caso con un entrehierro bastante mayor que el grosor de la pastilla, la variación con  $f$  es insensible. Debido a esto, como es natural , se fabrican generadores sin ferrita especialmente diseñados para medida de campos magnéticos.

En cualquier caso es evidente que existen márgenes de frecuencia en los cuales la tensión no varía, pero de todas formas no hay nada que impida la medida de campos magnéticos alternativos, incluso de elevada frecuencia, siempre que se realice un calibrado previo de la sonda.

Con objeto de resaltar el punto a que se ha llegado a nivel de fabricación industrial de equipos en este terreno de medidas, transcribimos algunos datos de un gausómetro de la Bell Inc., recientemente aparecido. Permite la medida de campos continuos y alternativos de 0,001 a 30.000 gauss en medidas puntuales con sondas axiales, transversales y diferenciales. Precisión 1%. El margen de frecuencias va hasta 400 c/s.

#### 4.3.2.- Medida de corrientes continuas de elevada intensidad ( Amperímetro )

El dispositivo utilizado ( fig. 4-8 ) se basa en la ley de Biot y Savart para un circuito magnético cerrado, atravesado por una corriente  $I$ .

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = I \quad (4.18)$$

Para medir la corriente muy elevada que discurre por las barras correspondientes, se rodea a éstas de un yugo magnético dividido en dos partes, en cuyos entrehierros se colocan dos generadores Hall alimentados por corrientes de control constantes.

Según el corte de la figura anterior se tiene

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = H_{L1} \cdot \delta + H_{L2} \cdot \delta + H_{Fe} \cdot \ell_{Fe} = I \quad (4.19)$$

donde  $\ell_{Fe}$  es el trayecto medio del campo magnético en el hierro,  $\delta$  la magnitud de los entrehierros y  $H_{L1}$ ,  $H_{L2}$ ,  $H_{Fe}$  los valores del campo.

$$B_{L1} + B_{L2} = \frac{\mu_0}{\delta} \cdot I \cdot \left( 1 - \frac{H_{Fe} \cdot \ell_{Fe}}{I} \right) \quad (4.20)$$

Escogiendo la forma y la sustancia del circuito magnético se puede conseguir que

$$\frac{H_{Fe} \cdot \ell_{Fe}}{I} < 10^{-3} \ll 1 \quad (4.21)$$

por lo que tenemos

$$B_{L1} + B_{L2} = \frac{\mu_0}{\delta} \cdot I \quad (4.22)$$

La corriente continua que se trata de medir es proporcional a la suma de inducciones en los entrehierros y por tanto a la de tensiones. La constante de proporcionalidad se conoce perfectamente y además se pueden calibrar los generadores.

Esta medida es independiente de los campos magnéticos extraños, del campo magné-

tico de los conductores de vuelta y de la influencia de las piezas ferromagnéticas en los alrededores, siempre, por supuesto, que no se alcance la saturación en ninguna parte del circuito magnético. Todo ello se desprende de la expresión de Biot, que es invariable, incluso en presencia de campos perturbadores.

Utilizando generadores compensados respecto de la temperatura se puede mantener la influencia por debajo de un  $\pm 1\%$  en un margen de  $\pm 15\text{ }^{\circ}\text{C}$ . La tensión de salida de un tal dispositivo alcanza alrededor de 1,5 voltios y 20 mw. Se construyen desde hace tiempo yugos completos hasta para 150 KA. por lo menos, con errores en la medida inferiores al 0,2 % para todo el conjunto del dispositivo.

El mismo procedimiento, pero con pequeñas pinzas magnéticas en lugar de yugos, puede emplearse para medir corrientes no muy elevadas en cualquier punto de una línea eléctrica.

#### 4.3.3.- Lectura estática de programas magnéticos

La lectura o transformación en una tensión eléctrica de un estado magnético remanente registrado sobre un portador magnético, ya sea banda, tambor o disco magnéticos, se ha venido realizando con una cabeza reproductora a inducción, basada en la proporcionalidad de la tensión inducida en una bobina con la variación en el tiempo del flujo remanente. Para ello es necesario, como es lógico, la existencia de una velocidad relativa, no menor que un determinado valor, entre la cabeza lectora y el elemento portador del flujo.

Incorporando un generador Hall como cabeza sensible sustituimos la ley de inducción por una ley de proporcionalidad con el campo o el flujo magnéticos. La ventaja inmediata de esta sustitución es la posibilidad de lecturas al mismo nivel de intensidad, cualquiera que sea la velocidad de avance del programa.

En la figura 4-9 la capa semiconductor va dispuesta, por construcción, entre dos placas de ferrita, perpendicularmente a la banda. Estas placas canalizan el flujo magnético de tal forma que éste atraviesa casi normal al semiconductor. Una corrien

te constante ( unos miliamperios ) alimenta al mismo de modo que se establece una tensión entre los bordes superior e inferior.

Algunas de las ventajas de este método de reproducción respecto del que utiliza la cabeza inductiva son :

- La tensión de salida es independiente de la frecuencia.
- Para su realización sólo es necesario un generador de pequeño tamaño ( 6,5 x 7,3 x 10 mms. en el caso del Siemens SBV 536 ) muy próximo a la inducción magnética. El nivel de la salida es independiente de la anchura de la pista hasta alrededor de 1 mm., lo que permite por lo menos la duplicación de la posibilidad de almacenamiento en bandas de sonido, conservando la misma fidelidad.
- La completa transistorización de los equipos no ofrece dificultad alguna, porque las resistencias internas del generador son óhmicas puras, de valores comprendidos entre 25 y 50 ohmios.
- Debido a la pequeñez de las cabezas, los efectos perturbadores de inducción son más débiles.

#### 4.3.4.- Transmisión de una señal sin contacto

Esta es una de las más recientes aplicaciones y encuentra campo fructífero en ciertos procesos automáticos. Se basa en que los generadores Hall son elementos que se pueden controlar magnéticamente y reproducen un flujo magnético en forma de una tensión proporcional.

? Qué debe entenderse por transmisión sin contacto ?: la transmisión de señales a través de cortas distancias sin que exista contacto mecánico entre transmisor y receptor.

El principio de esta transmisión viene ilustrado en la figura 4-10. Se introduce el generador en el entrehierro de una pieza en forma de U, de gran permeabilidad y pequeña remanencia. Para magnificar las acciones magnéticas se aumentan las ca-

ras de la pieza en U por medio de unas láminas magnéticas ( fig. 4-11 ). El conjunto de pieza, láminas y generador incorporado se llama cabeza receptora.

Con relación a ésta se debe desplazar una cabeza emisora, que puede ser un pequeño imán, un dipolo magnético o, cuando se quiere transmitir mayor cantidad de información, una ordenación magnética codificada. Debido al movimiento relativo entre cabeza emisora y receptora varía el flujo que atraviesa al generador y por tanto la tensión de Hall. Esta tensión eléctrica bascula un amplificador digital transistorizado. Es decir, es posible anunciar la posición relativa entre dos objetos mediante una señal de suficiente potencia para excitar un relé, un motor o cualquier dispositivo de gobierno. El conjunto de cabeza receptora y amplificador, al no llevar partes móviles, puede construirse de una forma sólida.

La figura 4-12 representa el modo de funcionamiento y un gráfico de la tensión de salida para distintas distancias entre emisor y receptor.

El generador es una pastilla entre dos placas de ferrita formando un sandwich. El material empleado es, con preferencia, antimoniuro de indio. Este material produce una comparativamente alta potencia de salida, con una dependencia con la temperatura no demasiado grande, 1% por grado, tolerable por fortuna si detrás lleva un amplificador digital. El generador con el que se han tomado las medidas de la figura anterior presenta resistencias de alrededor de 2 ohmios en ambos sentidos y se puede excitar como máximo con una corriente de 500 mA., con lo que se puede alcanzar 0,8 voltios, valor limitado por la inducción de saturación en las ferritas. La corriente de control utilizada ha sido de 400 mA.

Vemos en la figura cómo al situarse el imán exactamente en el punto simétrico sobre la cabeza receptora la tensión es nula, pues no hay flujo a través del generador. La pendiente de la curva de respuesta es tanto más aguda y la amplitud tanto mayor cuanto que la distancia entre cabezas es menor.

Con tales características eléctricas y geométricas y un amplificador digital de un umbral de alrededor de 10 mV. puede determinarse la posición simétrica de dos objetos distantes 2 cm. con una precisión de  $\pm 1$  mm. El dispositivo es aún utilizable

a 7 cm. con una precisión de  $\pm 5$  mm., bastante menor que la anterior. Con algunas modificaciones geométricas y sobre todo con un emisor de campo más potente se extiende el margen de utilización hasta 15 o 25 cm. con precisiones de  $\pm 2$  a  $\pm 7$  cm. en la determinación.

Otra forma de transmisión (fig. 4-13) consiste en utilizar un dipolo magnético. La respuesta eléctrica es simétrica respecto al eje de distancias y presenta un máximo donde en la anterior era nula. La primera forma de transmisión es idónea para aquellas aplicaciones en que se pretende una exacta indicación de la posición de un objeto móvil para un control preciso. Por ejemplo, sirve como interruptor magnético de parada de un ascensor ó de las vagonetas de extracción en las minas o conmutador de precisión para máquinas herramientas. Por el contrario el procedimiento a base de dipolo reúne condiciones para la transmisión de información con contenido sí-no.

En ciertos casos de automatización, p. ej. de cadenas de transporte de objetos con plancha de hierro (carrocerías) u otros procesos móviles, puede resultar difícil equipar a éstos de imanes permanentes. Entonces se recurre a una de las propias láminas de hierro para el envío de la señal. El procedimiento se basa en el siguiente principio: el campo de dispersión de dos imanes permanentes paralelos tiene un plano de simetría que no es atravesado por ninguna línea de flujo (fig. 4-14). Si se coloca en este plano un generador excitado por corriente constante, la tensión Hall será nula. Cuando en las proximidades se coloca un trozo de hierro, se crea una nueva distribución de campo no simétrico y el generador detecta una señal. Sobre este principio y moviendo los hierros de diferentes formas, se consiguen aproximadamente las mismas respuestas.

Igualmente es posible la conmutación programada, utilizando generadores de alta sensibilidad como el SBV 540 Siemens entre placas de ferrita. Este generador, de antimonio de indio de  $5 \mu\text{m}$ , resistencias 50 y 25 ohmios en sentido directo e inverso, de dimensiones totales  $10 \times 7 \times 6,5$  mms. produce tensiones de varios cientos de milivoltios con campos producidos por delgadas agujas magnéticas. Estos pe-

queños imanes, por ejemplo de longitud 6 mm. y diámetro 2 mm., se pueden ordenar en línea o en círculo, según quieran controlarse procesos móviles longitudinales o giratorios, con las polaridades escogidas de acuerdo con el programa prefijado. Esta cinta de imanes se hace pasar en el momento oportuno por un generador en la forma que indica la figura 4-15. La figura 4-16 presenta la respuesta eléctrica de un programa magnético cualquiera antes y después de excitar un amplificador digital. Una variación más, entre otras que podrían parmenorizarse, sobre el tema de la transmisión sin contacto, es un contador a distancia.

El contador puede ser uno de corriente trifásica, por ejemplo. El imán permanente transmisor lo constituyen ahora dos en forma de corona de material muy ligero. Las coronas, con dientes alternativamente magnetizados, se colocan una enfrente de otra y giran solidariamente con el disco contador. El generador Hall va alojado en un entrehierro entre ambas, de forma que sucesivamente la atraviesan flujos opuestos, con máximos positivos y negativos de tensión en los momentos en que dos polos pasan por encima del punto medio de la pastilla. Estas señales quasisenoidales pasan al amplificador que las amplifica y conforma rectangularmente, enviando los impulsos al receptor lejano. El número de impulsos partido por el número de dientes de la corona es el número de revoluciones del disco contador. Para fines de cómputo a distancia va bien con 10 impulsos por revolución, o sea 10 dientes / corona.

Ventajas: No hay reacción mecánica, eléctrica o magnética sobre el contador. El peso del dispositivo adosado es mínimo. Se compensa térmicamente con resistencias.

#### 4.3.5.- Amplificador de potencia. Oscilador

En determinadas condiciones de dimensionado del circuito magnético es posible conseguir amplificación de la potencia introducida por las bornas de corriente de excitación de campo, manteniendo constante, continua y lo más elevada posible la corriente de control del generador.

En efecto, sabemos que el número de amperios vuelta para producir un determinado

campo disminuye con el entrehierro. Esto quiere decir que la potencia de entrada necesaria para obtener un cierto nivel a la salida disminuye también. Calculando el factor de amplificación en función de las magnitudes físicas y geométricas de electroimán y generador e imponiendo la condición de que la corriente de control no sobrepase la máxima permitida, se encuentra que éste es tanto mayor cuanto más elevada la movilidad del material y cuanto menor el entrehierro efectivo.

Con  $A_{sln}$  de  $20.000 \text{ cm}^2/\text{V.s}$  y entrehierro de  $20 \mu\text{se}$  han obtenido ganancias de 10.

Las oscilaciones pueden conseguirse cerrando el circuito de Hall por una capacidad en serie con el arrollamiento de campo. Las frecuencias, como en todos los demás casos, vienen limitadas por el circuito magnético excitador.

#### 4.3.6.- Modulación de pequeñas señales continuas o conversión de continua a alterna ( chopper )

Los amplificadores de tensión continua de alta sensibilidad de entrada tienen un cero que no es constante con el tiempo. Por ello no sirven directamente para amplificar pequeñas tensiones, ya que su error de cero suele ser mayor que  $10 \mu\text{V}$ . La solución consiste en transformar primero por medio de un modulador sensible la tensión continua a amplificar en una alterna, amplificar como alterna y rectificar en fase.

El efecto Hall proporciona un medio nuevo para realizar esta modulación.

Por dos caminos se puede realizar:

1) Se inyecta como corriente de control  $i_l$  del generador Hall una corriente alternativa constante con una frecuencia  $f$ . La señal de tensión continua se hace pasar como corriente excitadora  $i_F$  por un arrollamiento inductivo que produce un campo magnético. La tensión resultante en los electrodos de Hall es una tensión alternativa proporcional a la corriente continua  $i_F$ , ya que  $B \propto i_F$ . Esto sería un modulador Hall controlado desde las conexiones de campo. Ventajas: ausencia de contactos mó-



viles, separación de potenciales entre las conexiones de salida y entrada, con posibilidad de aumento de potencia de la señal de entrada. Inconvenientes: la tensión óhmica en ausencia de campo de control y principalmente su variación con la temperatura y la histéresis del núcleo de ferrita.

Por el momento este proceder sólo da resultados correctos a partir de tensiones de unos milivoltios.

2) Se conecta la tensión continua a modular a las bornas de corriente de control del generador. Por la bobina de campo se hace pasar una corriente alternativa constante de frecuencia  $f$ . A la salida del generador en circuito abierto aparece una tensión alternativa de frecuencia  $f$ , proporcional a la continua de entrada y al número de amperios-vuelta.

Esta forma de modulación no está tampoco libre de inconvenientes. En efecto, debido al campo magnético variable se induce una tensión inductiva perturbadora en el circuito de salida, defasada  $90^\circ$  respecto de la tensión de Hall. Otra perturbación resulta de las tensiones térmicas en el circuito de entrada por los contactos InSb-Cu. Estas tensiones, moduladas, aparecen a la salida en fase con la señal útil:

Actualmente, con un diseño especial, se ha desarrollado un generador para modulación de pequeñas señales que emplea este segundo procedimiento y evita casi totalmente los inconvenientes mencionados. Su apariencia exterior es la de una cajita metálica, del tamaño de una de cerillas o algo menor, con cuatro bornas metálicas por un lado y dos por el opuesto. Para una frecuencia de modulación de 1 Kc/s y corriente de campo de 35 mA, la tensión inductiva parásita a la salida es menor que  $1\mu V$ . El error de cero, referido a la entrada, en las mismas condiciones, es  $< 6\mu V$ .

#### 4.3.7.- Transductor digital-analógico

Se aplica a la entrada del generador la máxima corriente posible y en el núcleo del circuito magnético de excitación se colocan  $n$  arrollamientos separados ( para codificar  $n$  dígitos binarios ) ( fig. 4-18 ).

Con resistencias limitadoras se asegura que en cada arrollamiento la corriente magnetizante sea la misma. Los dígitos se ponderan por diferentes números de vueltas en los devanados.

Por este procedimiento se han aplicado hasta 1000 números binarios por segundo.

#### 4.3.8.- Transductor de desplazamientos mecánicos longitudinales

Al mover un generador Hall en un campo magnético no uniforme, varía la tensión, aun manteniendo constante la corriente de control.

$$V_2 = K \cdot f_1(B) \quad (4.23)$$

pero  $B = f_2(x) \quad (4.24)$

luego  $V_2 = K' \cdot f_3(x) \quad (4.25)$

la tensión de Hall es función del desplazamiento en la dirección  $x$ . Lo mejor es que  $f_1(B)$ ,  $f_2(x)$  y  $f_3(x)$  sean lineales. Para conseguirlo es necesario que el gradiente de la densidad de flujo sea constante y lo más elevado posible. Se consigue con electroimán y piezas polares de forma especial también con dos imanes permanentes (de ferrita, por ejemplo) con los polos enfrentados. Esta solución última es peor porque el gradiente no es muy elevado y varía el flujo con el tiempo (fig. 4-19). La respuesta depende por supuesto de  $y$  y de la distancia entre imanes. Se calibra para un máximo que puede llevarse a un oscilógrafo.

Las dimensiones del conjunto y el peso de la parte móvil son pequeñísimos y por tanto no hay apenas inercia ni rozamientos. Son posibles medidas de fuerzas mecánicas, presiones, dimensiones, rugosidad de superficies y en general magnitudes relacionadas con vibraciones mecánicas.

Un ejemplo: la constitución de un acelerómetro de efecto Hall. En el caso de un acelerómetro de lámina flexible con masa  $M$  y constante de suspensión  $K$ , en condiciones de relación de amortiguamiento 0,7, la aceleración puede expresarse por:

$$a = \frac{K}{M} \cdot x \quad (4.26)$$

donde  $x$  es el desplazamiento del extremo libre de la lámina respecto de su posición de reposo. Si la lámina se termina por un elemento Hall, de masa despreciable, sumergido en un campo magnético, la tensión medirá el desplazamiento.

Ventajas: la respuesta es más rápida que cualquier variación mecánica. Permite la medida de aceleraciones positivas y negativas. Es posible, mediante una protección adecuada, proteger al instrumento contra cambios rápidos de temperatura.

#### 4.3.9.- Generador de funciones matemáticas

Un generador convencional girando en un campo magnético uniforme y alimentado por una corriente constante engendra una tensión proporcional a la función seno o coseno. Esto permite, entre otras, la medida a distancia de ángulos de giro.

Con dos muestras acopladas a un mismo eje de rotación, formando entre sí un ángulo recto ( fig. 4-20 ), alimentadas en serie por la misma corriente y sumergidas en un campo magnético uniforme, se constituye un transductor de giro ( resolver )

$$V_1 = k \cdot B_{\max} \cdot \cos \theta \quad V_2 = k \cdot B_{\max} \cdot \sin \theta \quad (4.27)$$

lo que equivale a una transformación de coordenadas polares a cartesianas.

En esta línea y con diferentes artificios de circuitería y utilizando distintos ángulos físicos entre las muestras pueden generarse otras funciones trigonométricas. A base de campos no uniformes se obtienen también funciones exponenciales.

Volviendo el principio del revés, o sea, utilizando generadores Hall inmóviles y rotores móviles, constituidos por imanes permanentes, se han construido motores síncro- nes sin devanado ni escobillas, de mayor seguridad de funcionamiento, mejores márgenes de frecuencia y dimensiones más reducidas, muy aptos para funcionar en aeronaves a gran altura.

#### 4.3.10.- Defasador

Como ejemplo de la gran variedad de aplicaciones posibles basadas en el efecto Hall cuando se preparan las muestras en los laboratorios, describimos a continuación la ingeniosa idea de principio de un defasador realizado en el Laboratoire Central des Industries Électriques.

El dispositivo defasador obtiene una tensión señal cuya fase reproduce un ángulo geométrico.

El elemento semiconductor (InSb), de forma cuadrada (6 mm de lado, 0,51 de espesor) (fig. 4-21), está alimentado por dos corrientes eléctricas de la misma amplitud y en cuadratura. El campo magnético  $B$ , en el plano de la muestra, forma un ángulo  $\alpha$  con el eje  $11'$ . La tensión se recoge en las caras superior e inferior del elemento.

Es fácil de comprobar que el campo eléctrico normal al plano del papel (en la dirección de la tensión de Hall) es

$$\begin{aligned} E &= R_h \cdot J_o \cdot B \cdot (\sin \alpha \sin \omega t - \cos \alpha \cos \omega t) = \\ &= R_h \cdot J_o \cdot B \cdot \cos (\omega t + \alpha) \quad (4.28) \end{aligned}$$

Es decir, la fase de este campo (de la tensión) está controlada por la posición angular del campo magnético.

Esta es la idea simplificada, que no es absolutamente correcta, porque supone invariable la distribución de densidad de corriente en presencia de un campo magnético.

Este defasador tiene la importante propiedad de que su funcionamiento es totalmente independiente de la temperatura, ya que  $\alpha$  (4.28) no está afectada por las variaciones de  $R_h$ .

#### 4.4.- Aplicaciones basadas en el control de tensión de Hall por variación de $i_1$

En este apartado pueden clasificarse los circuladores, giradores y aisladores, basados todos en la no reciprocidad del generador Hall.

##### 4.4.1.- Girador, Aislador

Creemos, con Kroemer, que ambos dispositivos pueden tratarse, en principio, como aspectos de un mismo problema. Un elemento no recíproco, cuyas resistencias de transferencia tengan la expresión general

$$R_{12} = r_o - R_H \quad (3.13)$$

$$R_{21} = r_o + R_H \quad (3.14)$$

puede considerarse un giro acoplador. Girador y aislador serían entonces casos particulares del giroacoplador.

Caso particular: girador.-

Cuando los electrodos están equilibrados

$$r_o = 0$$

$$R_{12} = -R_{21} \quad (3.12) \text{ condición de girador, lo que ocurre en el generador clásico, se tiene un girador Hall. Parece que esta propiedad toma el nombre del hecho de que ecuaciones semejantes son válidas para el giróscopo, aunque en éste la relación } z_{11}/z_{12} \text{ o } R_{11}/R_{12} \text{ es pequeña, mientras que en el girador de efecto Hall es mayor que la unidad y la pérdida de transmisión considerable. Wick cifra la pérdida mínima teórica en 7,66 db.}$$

Caso particular: aislador.

Para un campo magnético cualquiera siempre puede encontrarse una separación de electrodos ( un desequilibrio ) tal que la caída resistiva  $i_2 \cdot r_o$  en los terminales de

Entrada, causada por la corriente de salida, será igual y opuesta a la tensión  $i_2 \cdot R_H$ , debida al efecto Hall (fig. 4-22)

Entonces

$$R_{12} = 0 \quad (4.29) \text{ condición de}$$

aislador

$$R_{21} = 2 \cdot r_0 = 2 \cdot R_H \quad (4.30)$$

Esto significará que una corriente en la entrada producirá una tensión de salida aumentada ( respecto del girador ) pero que una corriente en el lazo de salida no producirá ninguna tensión en las bornas de entrada. Tenemos un aislador, que permite sólo un flujo unidireccional, aislando completamente la salida de la entrada.

Respecto del material utilizable, los intermetálicos producen un buen rendimiento de transmisión, pero un germanio por ejemplo, aunque inferior en este sentido, facilita mayores niveles de impedancia.

El problema de diseñar un aislador óptimo es el de maximizar la señal transmitida, conservando por otra parte el completo aislamiento. La medida de dicha transmisión viene dada por la conocida expresión ( con  $R_{12} = 0$  ) :

$$G_P = \frac{R_{21}^2}{4 \cdot R_{11} \cdot R_{22}}$$

Se puede construir un aislador a partir de un girador (fig. 4-23) shuntando con resistencias  $R_{s1}$  y  $R_{s2}$ , que deben satisfacer la siguiente condición, en el caso de que  $R_{11} = R_{22}$  :

$$R_{s1} = R_{s2} = \frac{1}{2 \cdot R_{21}} \cdot (R_{11}^2 + R_{12}^2) \quad (4.31)$$

El rendimiento de la transmisión resulta mejor en el verdadero aislador. Ni qué decir tiene que las condiciones de aislador en ambos casos sólo se mantienen cuando permanecen constantes el campo magnético, la movilidad del material y la temperatura, o

sea, el ángulo de Hall.

El sentido de aislamiento cambia invirtiendo el sentido del campo.

#### 4.4.2.- Circulador

Un circulador, como se sabe, es un dispositivo no recíproco, con varias entradas ( en nuestro caso tres puertas, seis terminales ) que permite el paso de señal principalmente en un solo sentido, por ejemplo el de las agujas del reloj. Así, una señal en la puerta 11' sale toda por la 22' y nada por la 33'. Una señal de entrada en la 22' sale por 33' y no llega a 11', etc...

En la pastilla de la figura 4-24 ( a ) el campo eléctrico total es el resultante del campo eléctrico debido a la corriente de control y el campo de Hall  $E_y$ .

$$E_y = E_x \cdot \operatorname{tg} \theta \approx E_x \cdot (\mu_n \cdot B \cdot 10^{-8}) \quad (4.32)$$

$E$  en volt/cm.

$\mu_n$  en  $\text{cm}^2/\text{volt} \cdot \text{seg.}$

$B$  en gauss

Si ahora se toma una pastilla circular ( figura 4-24 (b) ) según la geometría de disco de Corbino, y se colocan 6 contactos igualmente espaciados, puede conseguirse, para ciertos valores de la inducción magnética (  $\operatorname{tg} \theta \approx \mu_n \cdot B \cdot 10^{-8}$  ) obtener salida de tensión solamente en un par de terminales 22'. Para conseguir la circulación sucesiva de la señal es importante que los contactos sean simétricos respecto a un eje central. No hay nada que impida realizar circuladores de más puertas, como no sea la dificultad de establecer físicamente los contactos, ya que, como hemos visto, el ángulo puede ajustarse ajustando  $B$ . El sentido de circulación depende del sentido de  $B$ .

Al acoplar una carga a los terminales 22' aparece una corriente y se produce un campo de Hall adicional ( no representado ) que tiene como efecto disminuir el ángulo de

Hall efectivo en la pastilla. Por consiguiente se requerirá un campo magnético más fuerte para equilibrar el circulador.

Existen dificultades también para conseguir ciertos niveles de admitancias en las entradas, por lo cual se emplean redes que acoplan impedancias en ciertos casos y dan simetría a los circuladores. Se han obtenido relaciones medias de transmisión de 44 db. correspondientes a pérdidas de 61 db en sentido inverso y de 17 db en sentido directo.

Como ya se ha dicho, teóricamente el tiempo de respuesta viene limitado sólo por las propiedades del material. El circulador de efecto Hall debería poder funcionar desde 0 c/s hasta varios Gc/s. es decir hasta la frecuencia de relajación del dieléctrico. En la práctica, debido a la geometría de la pastilla (contactos muy juntos y por tanto radiación, efecto pelicular quizá, etc....) quedará considerablemente limitado el margen. Parece que esto último no se ha comprobado o por lo menos no ha llegado a nuestro conocimiento.



## 5. REFERENCIAS

- ( 1 ) Fundamentals of electron devices.- Karl R. Spangenberg.- McGraw-Hill 1957. pp. 101-104.
- ( 2 ) Dispositivos basados en el efecto Hall. Parte I.- F. Sáez Vacas. Bit. nº 2. 1964.
- ( 3 ) Taschenbuch Elektrotechnik.- E. Philippov.- Band I. V.E.B. Verlag Technik Berlin. 1964. pp. 886-893, 999-1003.
- ( 4 ) Structures granulaires ferromagnétiques.- P.M. Prache.- Ed. Dunod 1957. pp. 8-10.
- ( 5 ) Propriétés et applications du générateur Hall.- W. Hartel.- Bulletin Scientifique de l'A.I.M. nº 1. Enero 1961.
- ( 6 ) Zur Theorie der magnetischen Effekte in isotropen Halbleitern hoher Beweglichkeit.- O. Madelung.- Zeitschrift für Naturforschung. Band 8a. Cuaderno 12. Dic. 1953.
- ( 7 ) Neue Werkstoffe mit grossem Hall-Effekt und grosser Widerstandsänderung im Magnetfeld. H. Welker.- Elektrotechnische Zeitschrift ETZ-A. Cuaderno 15 pp. 513-517.
- ( 8 ) The physical theory of transistors.- Leopoldo B. Valdés.- McGraw-Hill 1961 pp. 228-235.
- ( 9 ) Handbook of Physics. Capítulo 6. pp. 4-79. "Conductión: metals and semi-conductors.- T. Bardeen.- McGraw-Hill 1958.
- ( 10 ) Technische Anwendungen des Hall-Effektes.- F. Kuhrt.- Halbleiterprobleme Band VI.- Verlag Friedr. Vieweg-Sohn 1961.
- ( 11 ) Hall effect in high electric Fields.- J.F. Gibbons.- P.I.R.E. vol 47. Enero 1959. p. 102.

- ( 12 ) Hall effect in high electric fields. - Gliksmann, Steele. - P.I.R.E. oct. 1959. p. 1781.
- ( 13 ) Hall-Konstante und Elektronenbeweglichkeit von InSb, InAs und  $\text{In}(\text{As}_{0,8}\text{P}_{0,2})$  bei hohen Magnetfeldern. - Braunersreuther et al. - Zeitschrift für Naturforschung. Sept. 1960. Cuaderno 9 pp. 795-799.
- ( 14 ) Über neue halbleitende Verbindungen I. - H. Welker. - Z.f.N. Band 7a. Nov. 1952. Cuaderno 11
- ( 15 ) Über neue halbleitende Verbindungen II. - H. Welker. - Z.f.N. Band 8a. 1953 Cuaderno 4 pp. 248-251.
- ( 16 ) Über die elektrischen Eigenschaften von InSb. - H. Weiss. - Z.f.N. 1953. Band 8d. Cuaderno 8; pp. 463-469.
- ( 17 ) Die elektrischen Eigenschaften von Indiumarsenid II. - Folberth et al. - Z.f.N. Band. 9a. Cuaderno 11. Nov. 1954.
- ( 18 ) Die elektrischen Eigenschaften von Indiumantimonid II. O. Madelung et al. Z.f.N. Band 9a. Cuaderno 6. 1954.
- ( 19 ) Der Hallgenerator als Vierpol. - F. Kuhrt et al. - Archiv für Elektrotechnik. - Band 43, 1957. Cuaderno 1; pp. 1-15.
- ( 20 ) Developing the Hall generator equivalent circuit. - J.W. Motto Jr. - Tunnel diode and semiconductor circuits. - McGraw-Hill ;1963; pp. 188-190.
- ( 21 ) Solution of the field problem of the germanium gyrator. - R.F. Wick. - Journal of applied Physics. - Vol. 25. Jun. 1954; pp. 741-756.
- ( 22 ) Linear vacuum-tube and transistor circuits. - Cote, Oakes. - McGraw-Hill 1961; pp. 49-55, 103-110
- ( 23 ) Noise in nonreciprocal two ports based on Hall effect. Burckhardt, Strutt. - I.E.E.E. Transactions on electron devices, Febr. 1964.
- ( 24 ) Determination of the electrical characteristics of Hall plates. - J.P. Newsome P.I.E.E. vol 110. n° 4. 1963.

- ( 25 ) Eigenschaften und Anwendungen der Hallgeneratoren. - F. Kuhrt. - V.D.E. Fachberichten. Band 19. 1956.
- ( 26 ) Über das Frequenzverhalten von Hallgeneratoren. - Kuhrt et al. - Archiv der elektrischen Übertragung. Band 13. Cuaderno 8. 1959 pp. 341-347.
- ( 27 ) Sondes à effet Hall. - E. Consigny. - Colloque International sur les dispositifs à semiconducteurs. - Paris 1961.
- ( 28 ) Eigenschaften der Hallgeneratoren. - F. Kuhrt. - Siemens Zeitschrift vol. 28 1954; p. 370.
- ( 29 ) Magnétomètre de précision à effet Hall. - Devin et al. - Colloque International sur les dispositifs à semiconducteurs. Paris 1961.
- ( 30 ) Stabilization of the Hall-effect multiplier. - Heid, Silverman. - Solid State Design n° 10. Oct. 1963; pp. 17-22.
- ( 31 ) Siemens Taschenbuch 1962-63.
- ( 32 ) Anwendung von Hallgeneratoren. - W. Hartel. - Siemens Zeitschrift vol 28. Sept. 1954; pp. 376-384.
- ( 33 ) Chart of Hall generator applications. - S. Schneider. - Electronics Industries vol. 21. N° 8. 1962.
- ( 34 ) Bibliography on the Hall-effect theory and applications. - A. R. Clawson et al.. - Solid State Electronics. 1964. Vol 7; pp. 387 - 396.
- ( 35 ) Der Hallgenerator und seine Anwendung. - H. Weiss. - Solid State Electronics 1964. Vol 7; pp. 279-289.
- ( 36 ) Der Hallgenerator und seine Anwendung in der Messtechnik. F. Kuhrt. Elektronische Rundschau. Enero 1960
- ( 37 ) Dispositivos basados en el efecto Hall. Parte II. F. Sáez Vacas. Bit. n° 4 1965
- ( 38 ) Hall-effect multipliers. - Scarga et al.. - Separata de Electronics. Julio 1960.

- ( 39 ) Properties of the Hallefex multiplier. - D. Silverman. - Helipot Special Products Bulletin.
- ( 40 ) Feedback amplification improves Hall-effect multipliers. R.A. Greiner. - Tunnel-diode and semiconductor circuits. - McGraw-Hill 1963; pp. 182-185.
- ( 41 ) Laboratorios del Servicio de Electrónica del Centro de Estudios Nucleares de Grénoble. 1963.
- ( 42 ) Hall effect devices. - W.J. Grubbs. - Bell System Technical Journal. 1959. Vol. 38; pp. 853-876.
- ( 43 ) Solid state Devices. - I.J. Richmond. - Research applied in industry. 1959. Vol. 12; pp. 374-380.
- ( 44 ) The application of the Hall effect in a semiconductor to the measurement of power in an electromagnetic field. - H.M. Barlow. - P.I.E.E. Junio 1954.
- ( 45 ) The design of semiconductor wattmeters for power-frequency and audio-frequency applications. - H.M. Barlow. - P.I.E.E. Nov. 1954. -
- ( 46 ) Hall-effect reinforcement of high-frequency fields in semiconductors. - H.M. Barlow. - P.I.E.E. Vol. 111. Nº 2. 1964.
- ( 47 ) Les applications de l'effet Hall. - B. Marin. - Toute l'Electronique , Nº 292. Enero 1965; pp. 5-7.
- ( 48 ) Messung magnetischer Gleichfelder in elektrischen Maschinen. - G. Loocke. ETZ-A. Cuaderno 15; pp. 517-521.
- ( 49 ) Messung des Feldverlaufes im Luftspalt eines Gleichstrommotors mit Hilfe des Halleffektes. - F. Kuhrt et. al.. - ETZ-A. 1956. Cuaderno 17; pp. 578-581.
- ( 50 ) L'Onde Électrique. Nov. 1964; pp. 1227.
- ( 51 ) Wiedergabe von Magnettonaufzeichnungen mit Hilfe des Halleffektes. Kuhrt et al.. - Elektronisch Rundschau. Nov. 1959.
- ( 52 ) Ein neues Prinzip zur Kontaklosen Signalgabe. - Engel et al.. - Elektrotechnische

Zeitschrift ETZ-A, April 1960. Cuaderno 9; pp. 323-327.

- ( 53 ) Kontakloser Signalgeber mit berührungsloser Betätigung durch Eisenteile.-  
H. J. Lippmann.- ETZ-A, Mayo 1962. Cuaderno 11; 367-372.
- ( 54 ) Hall generators in control and automation engineering.- F. Kuhrt.- Direct.  
Current, Vol. 8, No 2, Feb. 1962.
- ( 55 ) Ferrit-Hallgeneratoren und kleine Permanentmagnete als kontaklose Geber für  
die Steuerung und Regelung von Bewegungsvorgängen.- J. Brunner.- Siemens  
Zeitschrift, Jul. 1962. Cuaderno 7; pp. 521-527.
- ( 56 ) Fernzählung mit Hallgenerator-Impulsgeberzählern.- W. Engel et al.- Sie-  
mens Zeitschrift, 1964. Cuaderno 12; pp. 904-907.
- ( 57 ) Using Hall generators as contactless commutators.- T.J. Marcus.- Tunnel-  
diode and semiconductor circuits.- McGraw-Hill, 1963; pp. 191-194.
- ( 58 ) Der Hallgenerator als Leistungsverstärker und Schwingungserzeuger.- F. Kuhrt.  
ETZ-A, 1957. Cuaderno 10. pp. 342-344.
- ( 59 ) Modulation kleiner Gleichspannungen und Gleichströme mit Hilfe des Hall-  
Effektes.- H.J. Lippmann et al.- ETZ-A, April 1963. Cuaderno 8; pp.  
252-256.
- ( 60 ) L' effet Hall.- B. Marin.- Toute l'Electronique n° 290. Nov. 1964; pp.395-399.
- ( 61 ) Mechanical measurement use of Hall effect.- Maciej Nalecz.- Electronic  
Technology, 1961. Vol. 38, No 1.
- ( 62 ) A Hall effect accelerometer.- M. Nalecz, Ziomecki, Journal of the Franklin  
Institute, Vol. 276, 1963, No 1.
- ( 63 ) Function generators using the Hall effect. Brady, Melehy. Electrical Manufac-  
turing, 1960. Vol 66, No 2.
- ( 64 ) A Hall effect d-c resolver.- L.E. Fay.- Control Engineering, 1959. Vol. 6  
No 12; p. 131.

- ( 65 ) Designing solid-state synchros with Hall-effect components. - Z.R. Ratajski. - Tunnel-diode and semiconductor circuits; pp. 194-198.
- ( 66 ) Brushless d-c motor uses Hall-effect devices. - S.P. Carter. - Tunnel-diode and semiconductor circuits; pp. 199-200.
- ( 67 ) Etude d' un déphaseur à effet Hall. - F. Perrot, Bonnefille. - L' Onde Eléctrique. 1965. Febr. pp. 234-239.
- ( 68 ) On the theory of Hall-effect isolators for tunnel diode amplifiers. - H. Kroemer. Solid State Electronics. 1964. Vol. 7; pp. 291-310.
- ( 69 ) The Hall effect circulator, a passive transmission device. W.J. Grubbs. - P.I.R.E. Vol. 47; pp. 528-535.

F I G U R A S

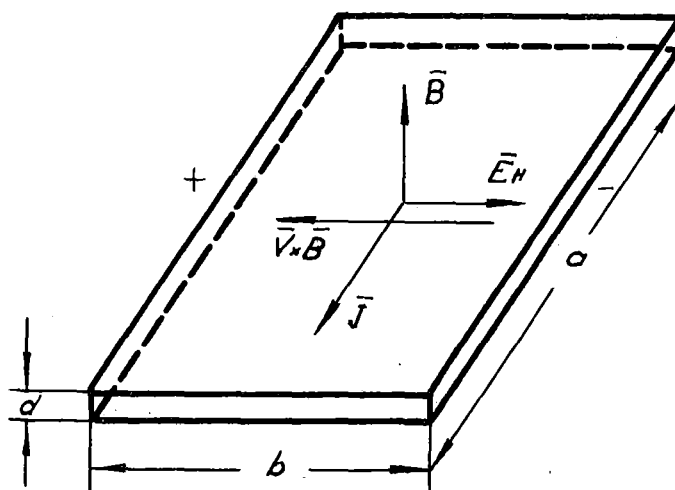


FIG. 1-1

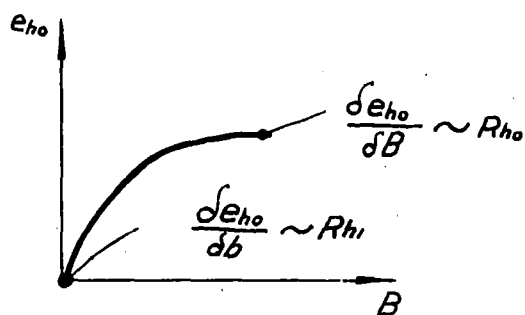


FIG. 1-2

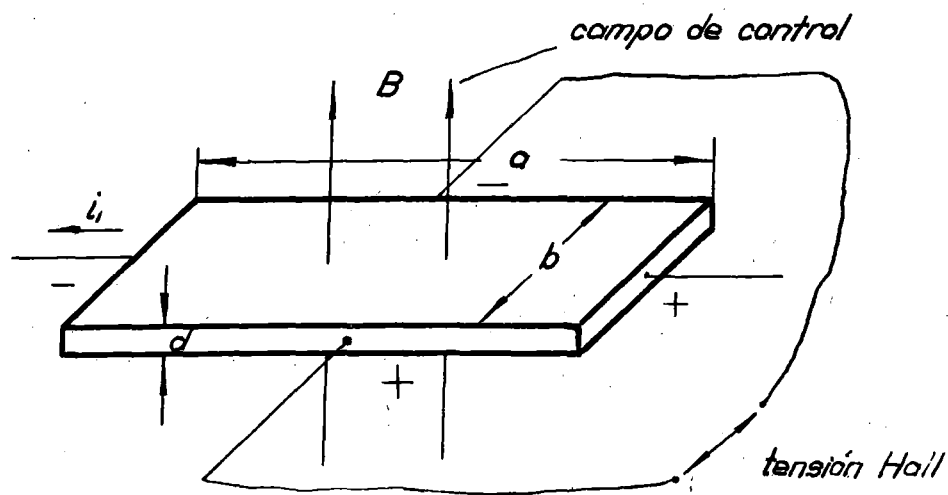


FIG. 1-3



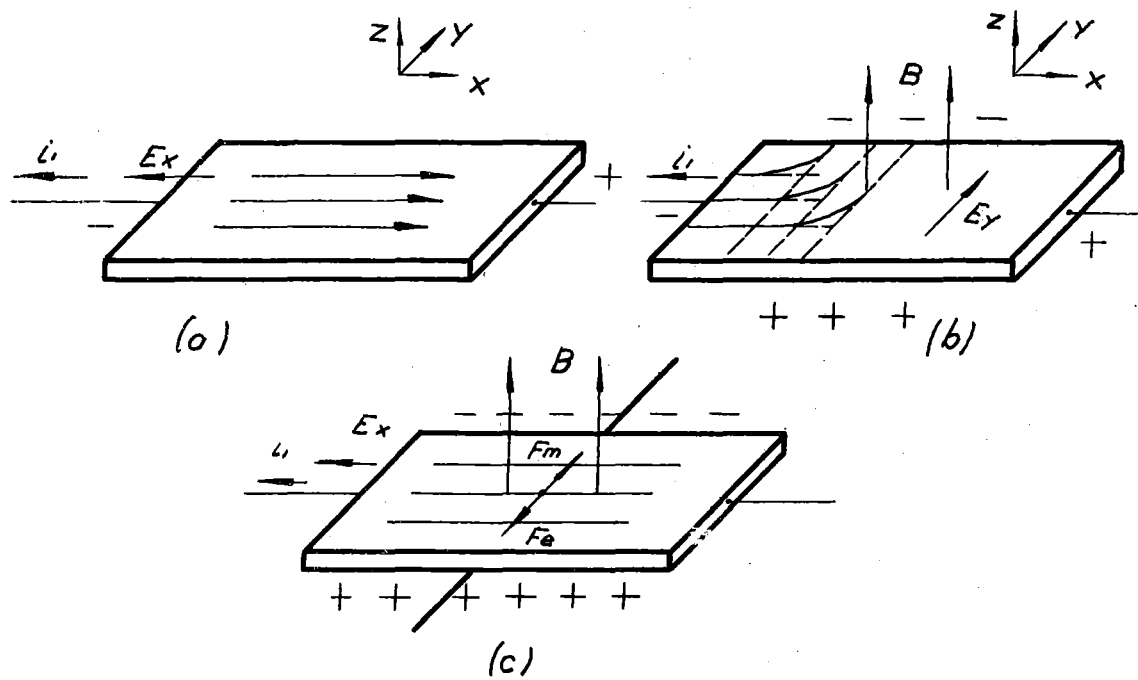


FIG. 1-4

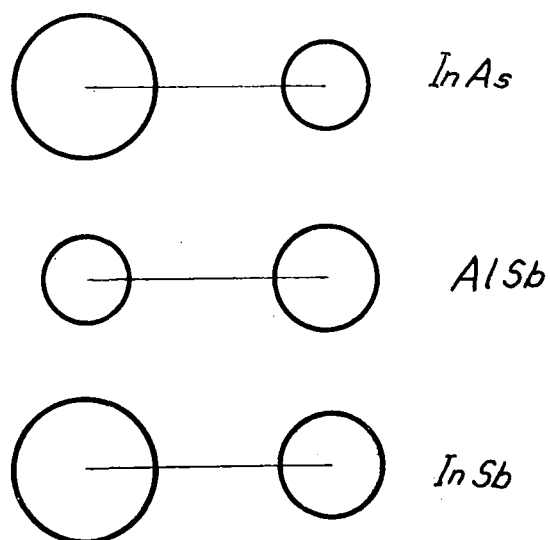


FIG. 2-1

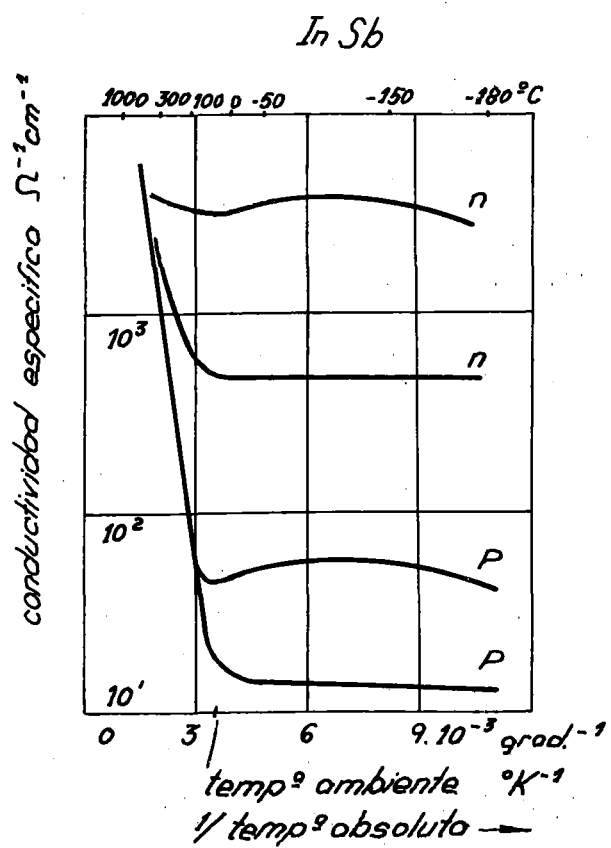


FIG. 2-2

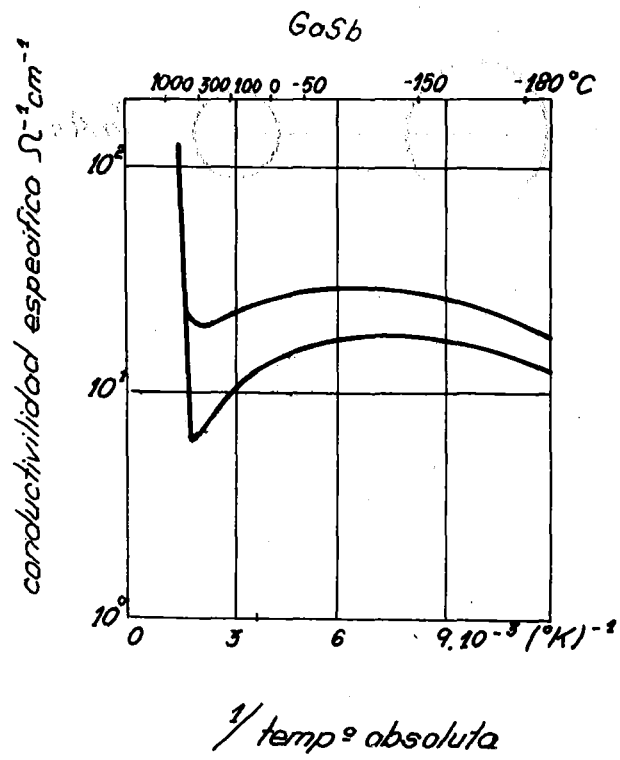


FIG. 2-3

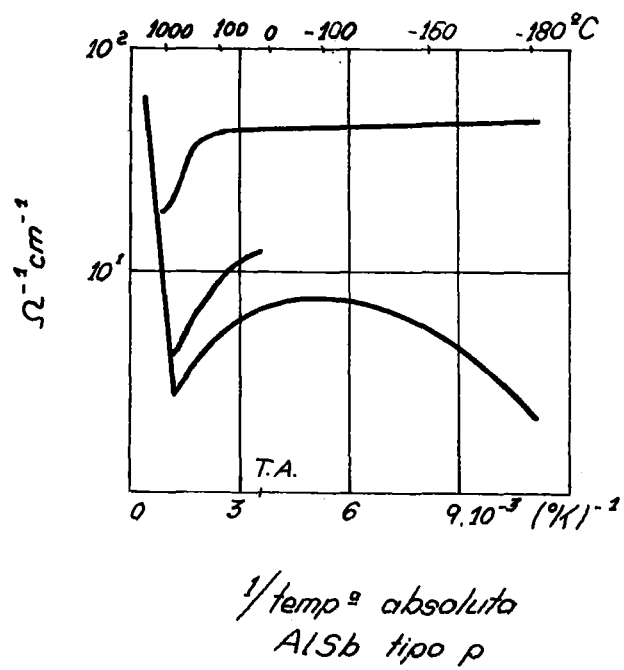


FIG. 2-4

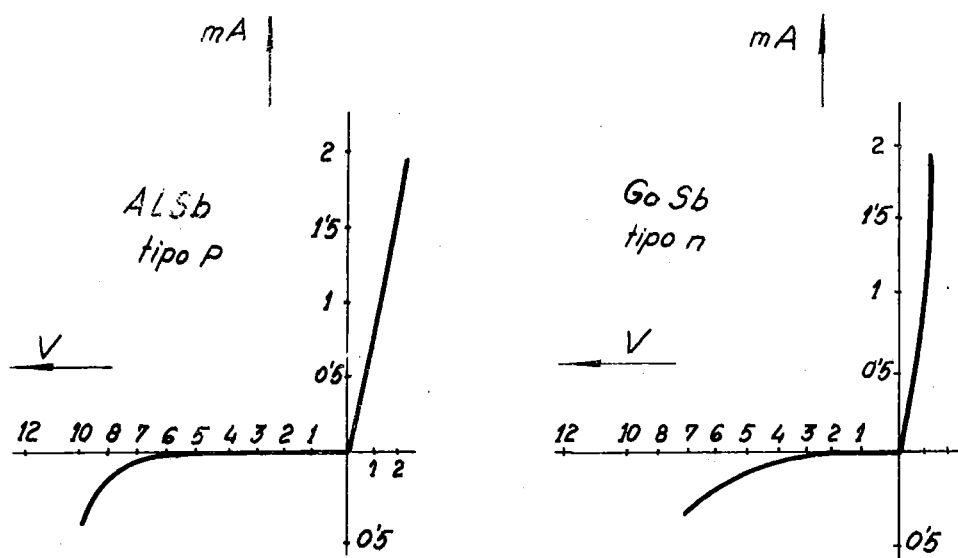


FIG. 2-5

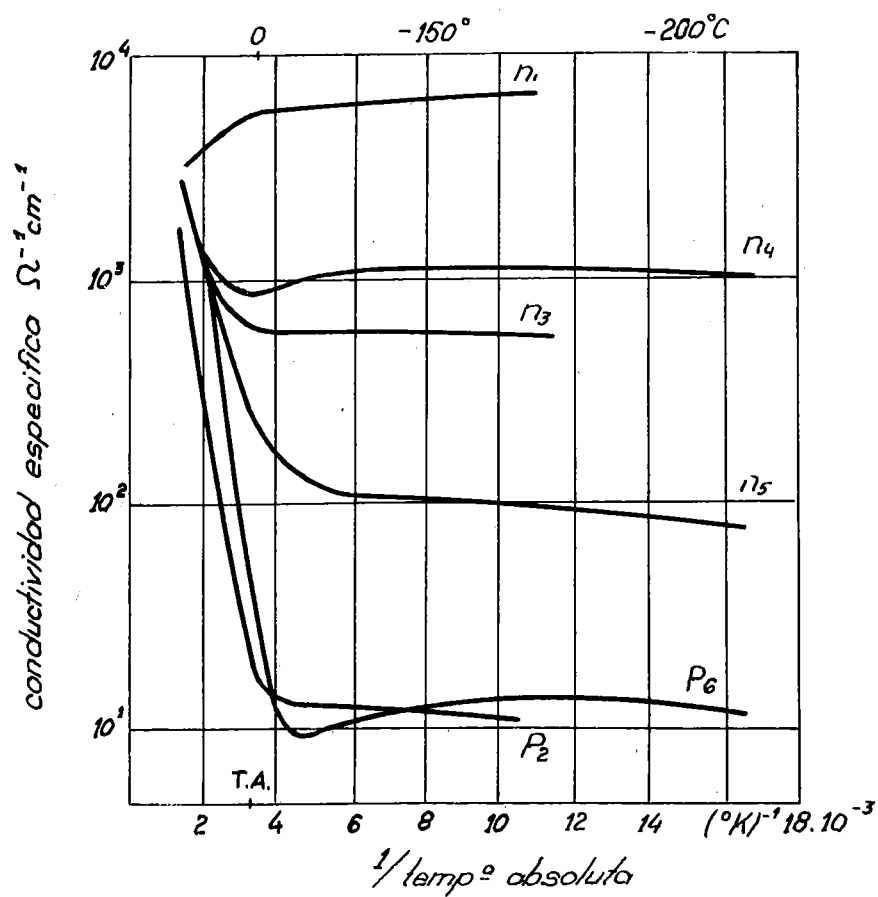


FIG. 2-6

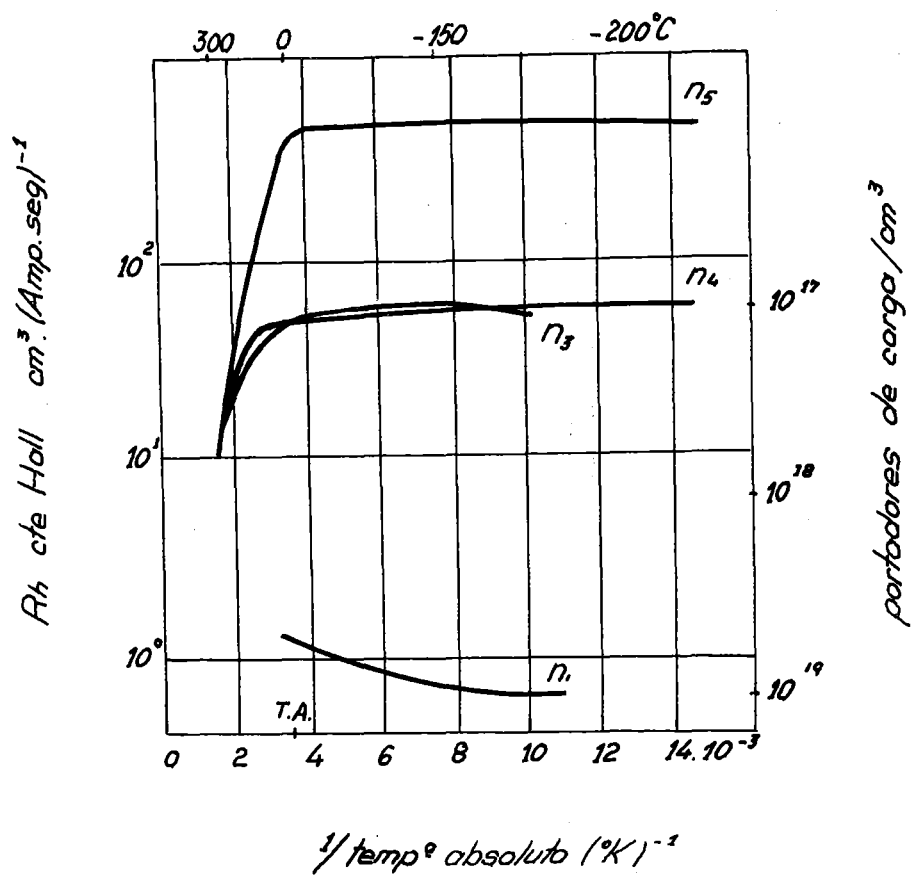


FIG. 2-7

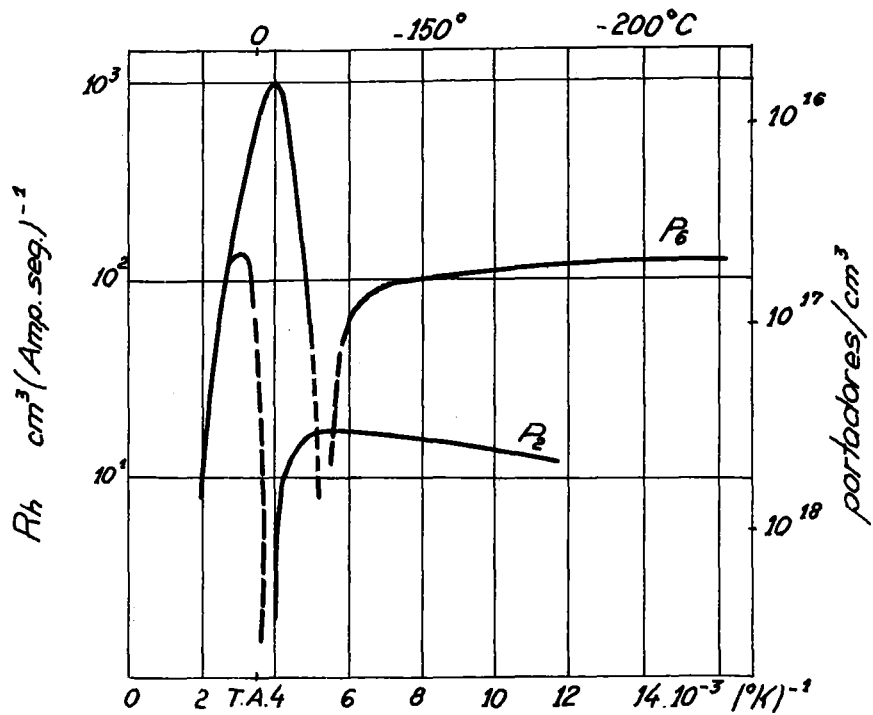


FIG. 2-8

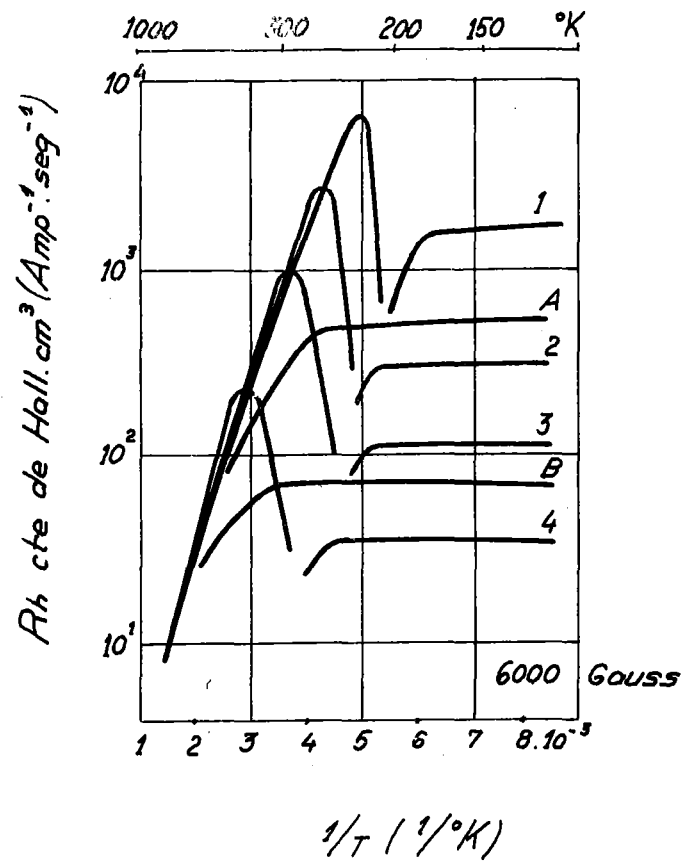


FIG. 2-9

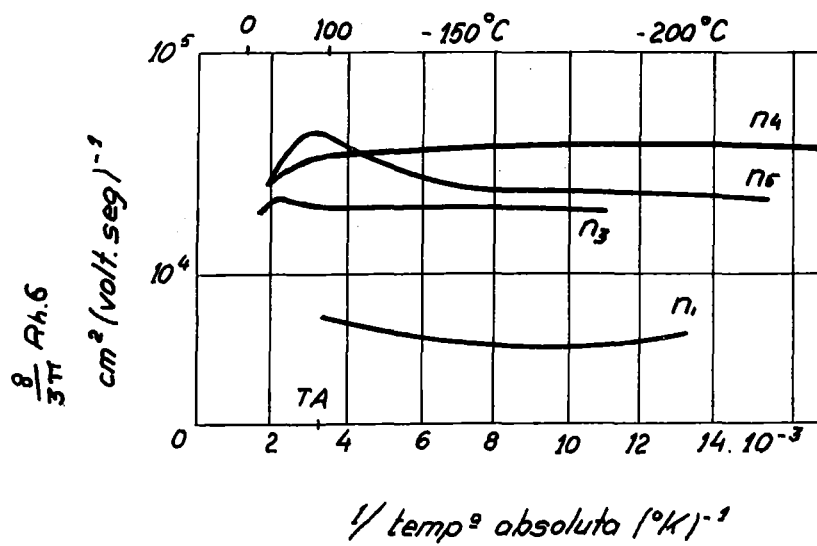


FIG. 2-10

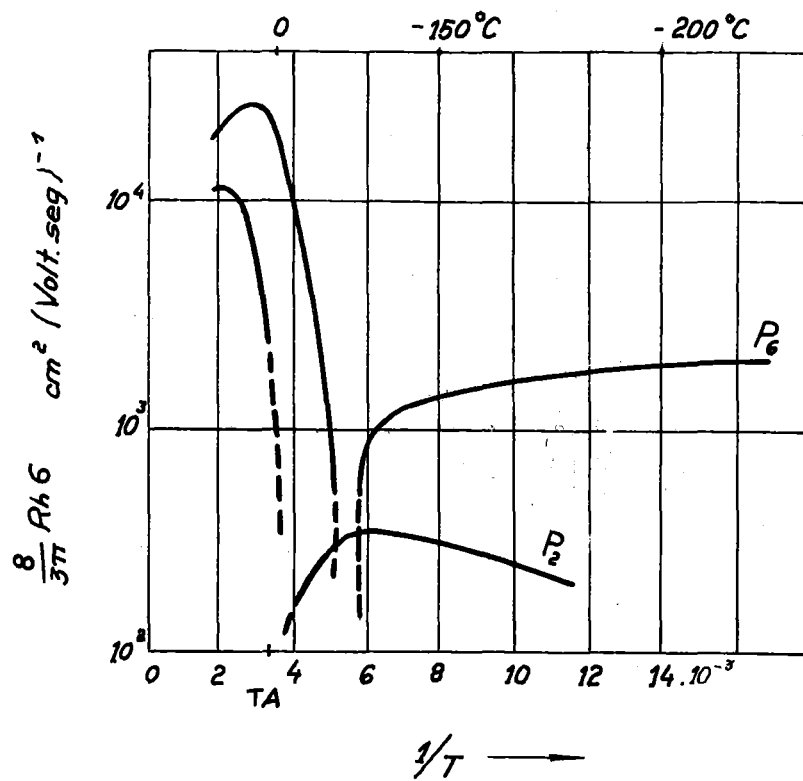


FIG. 2-11

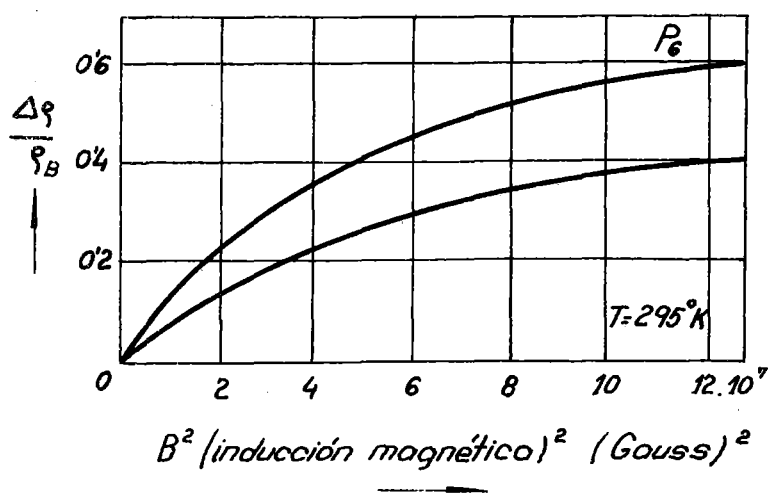


FIG. 2-12

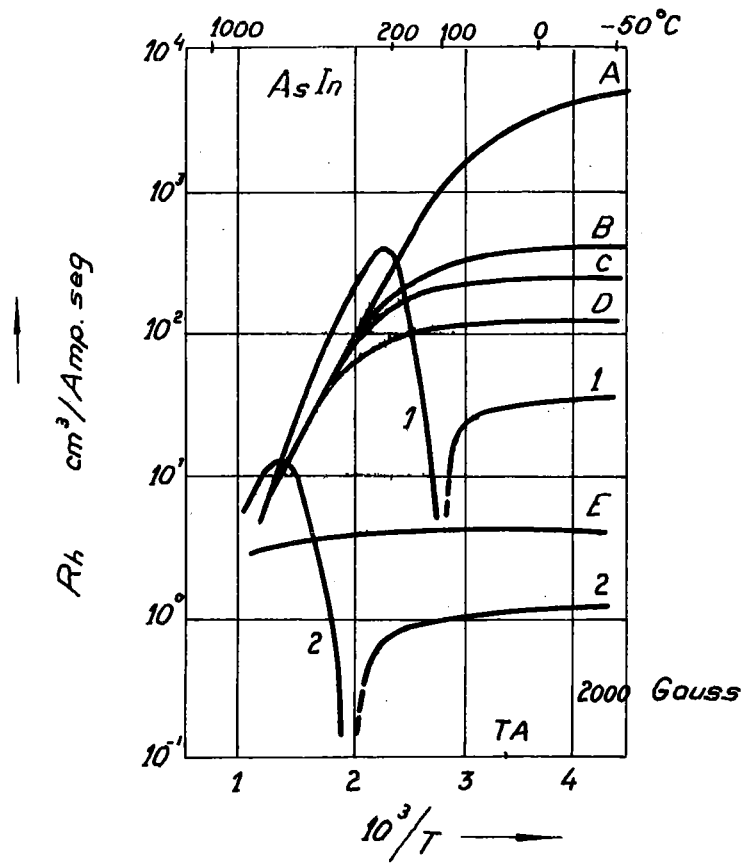


FIG. 2-13

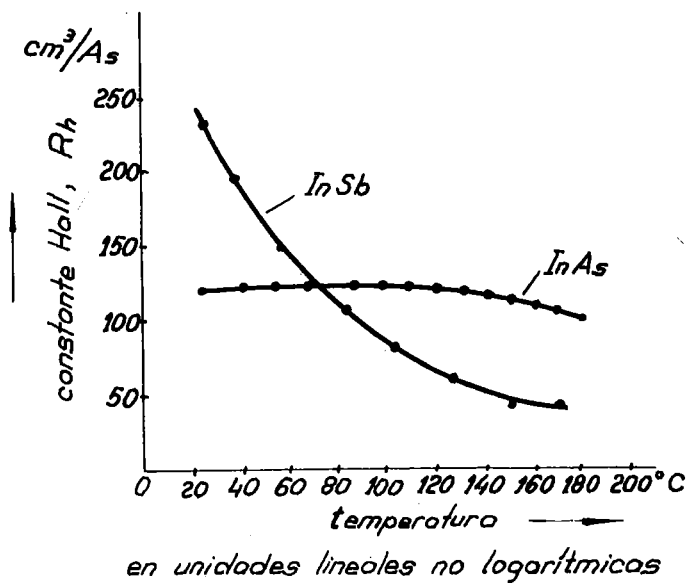


FIG. 2-14



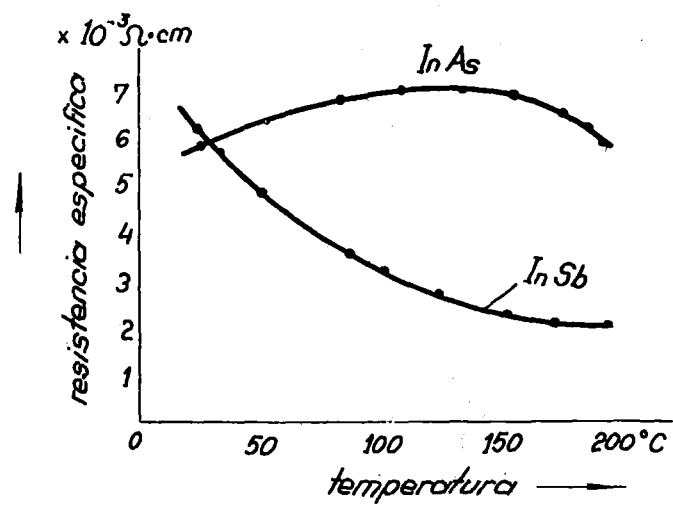


FIG. 2-15

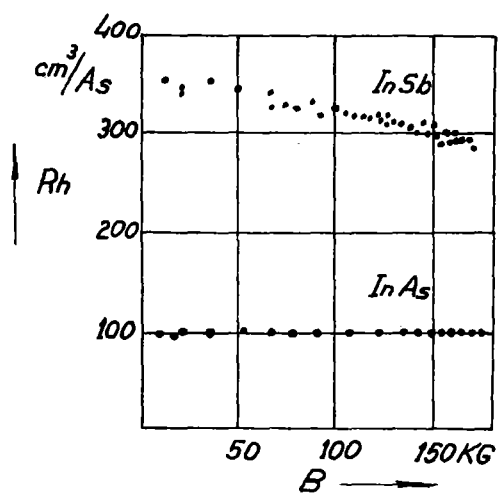


FIG. 2-16

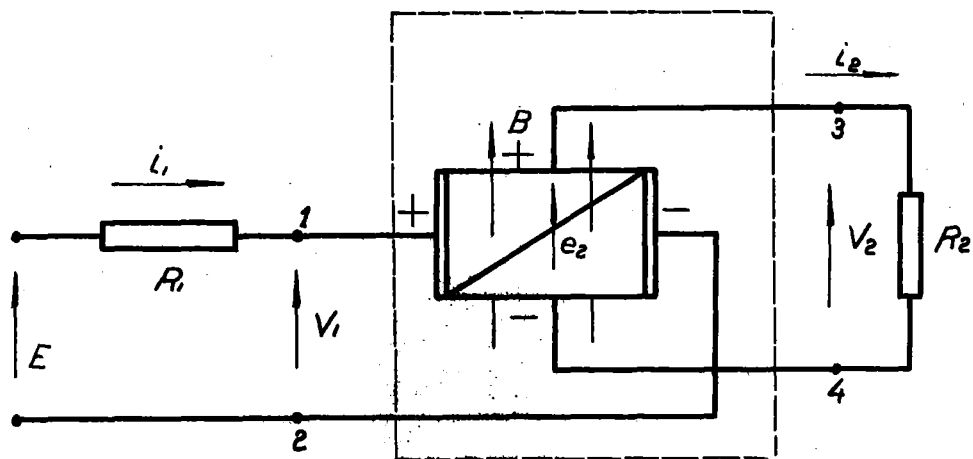


FIG. 3-1

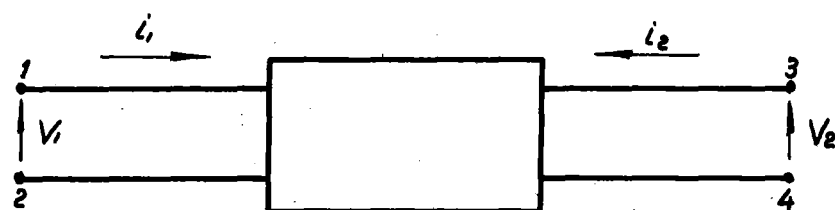


FIG. 3-2

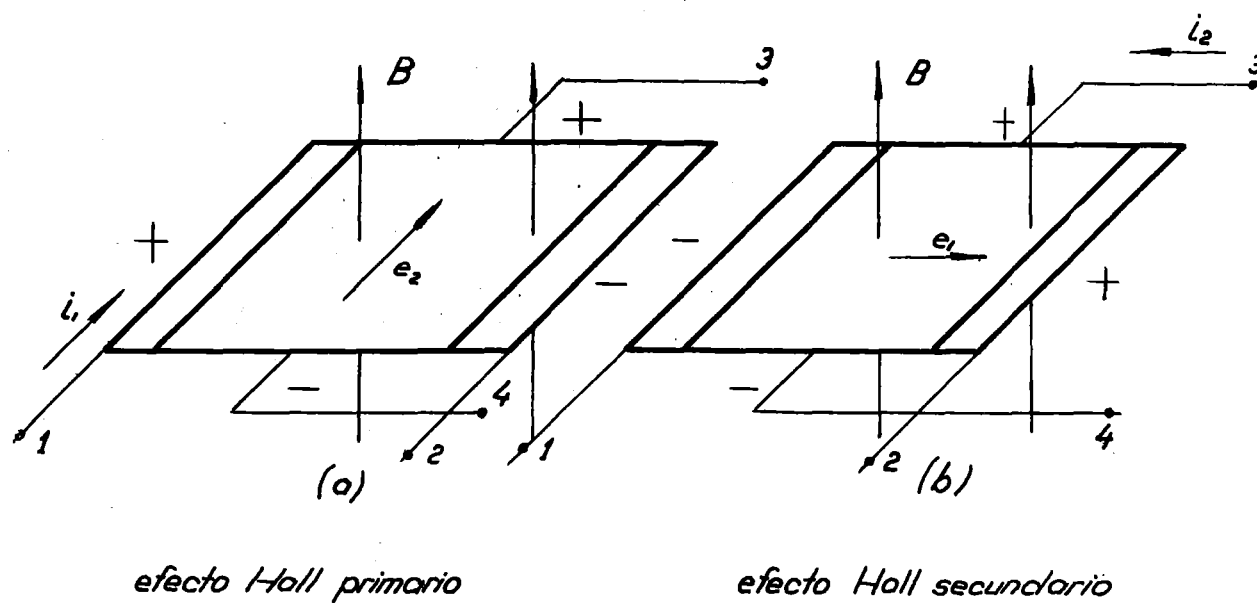


FIG. 3-3

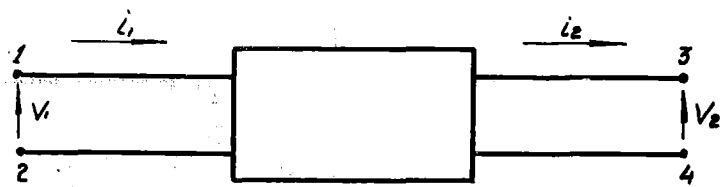


FIG. 3-4

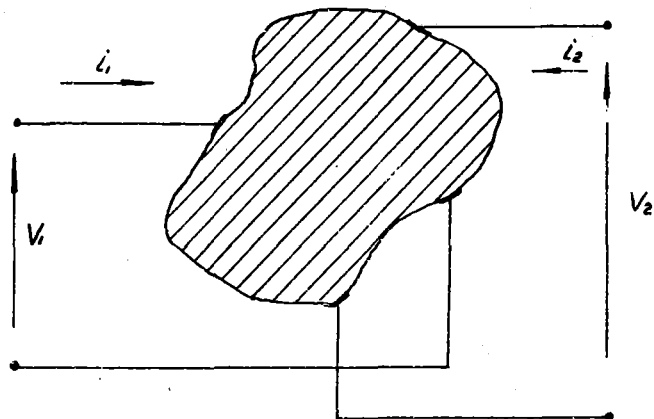


FIG. 3-5

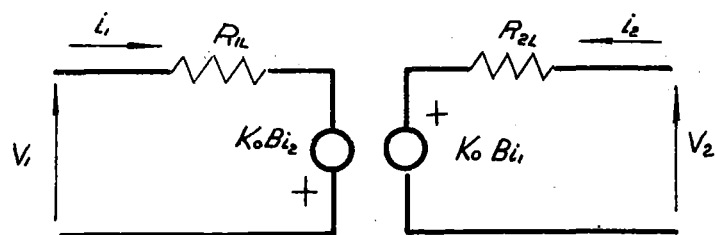


FIG. 3-6

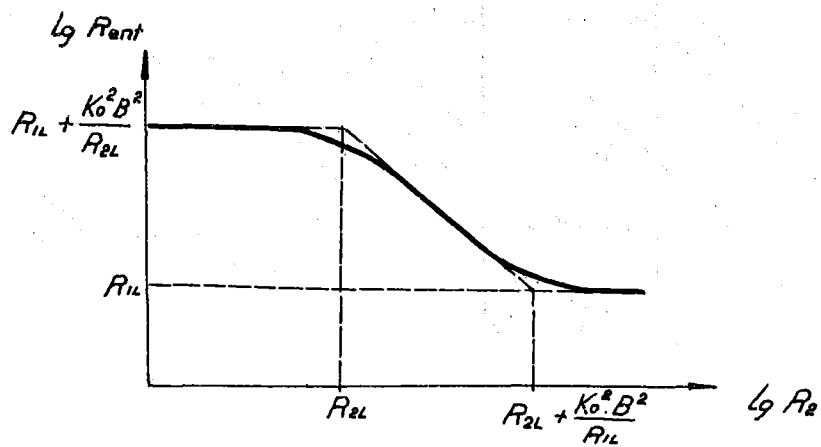


FIG. 3-7

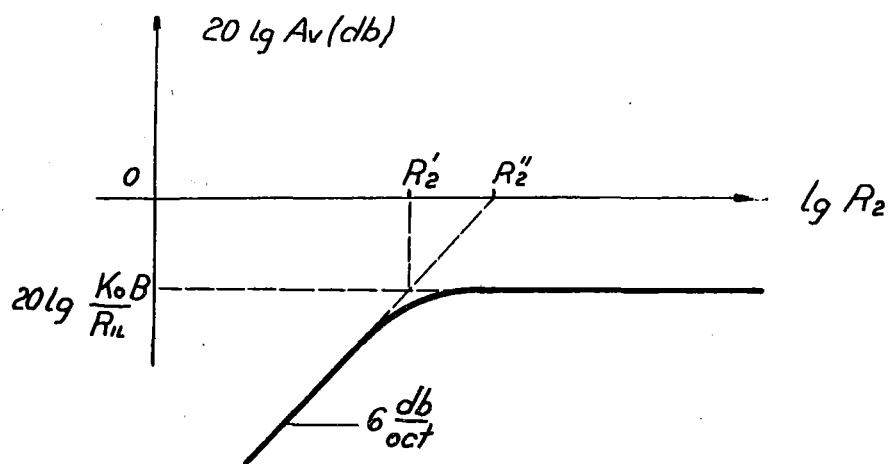


FIG. 3-8

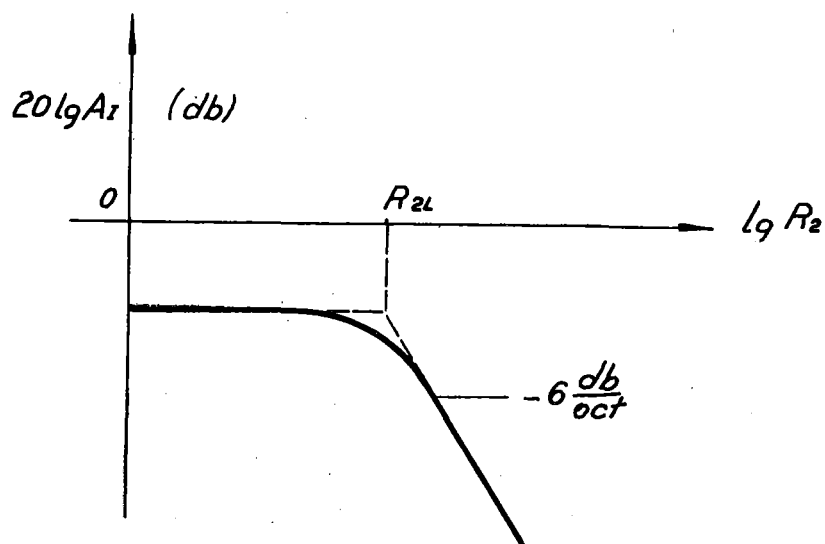


FIG. 3-9

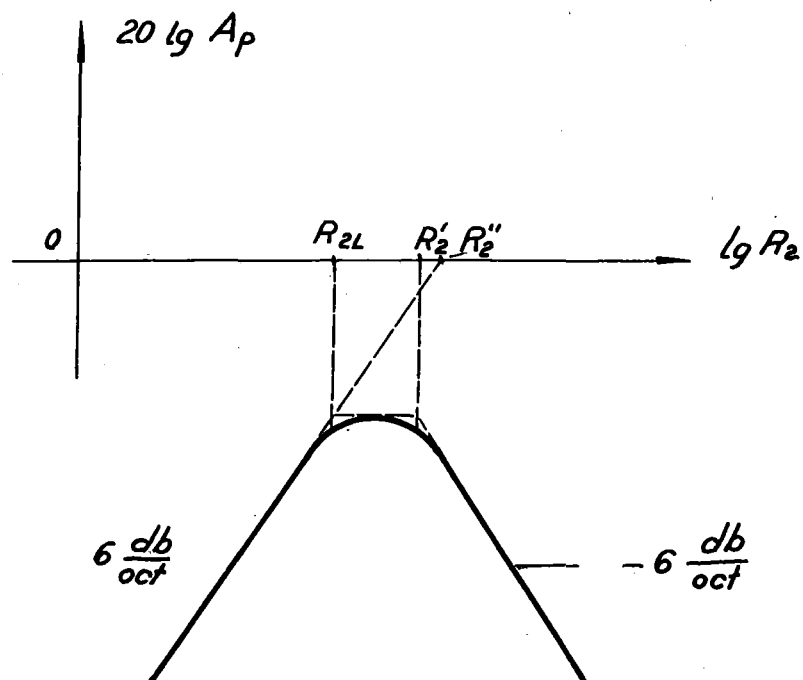


FIG. 3-10

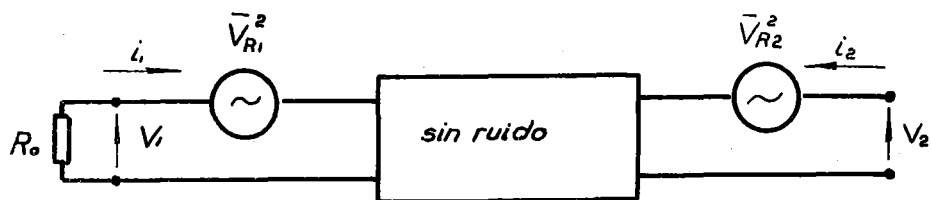


FIG. 3-11

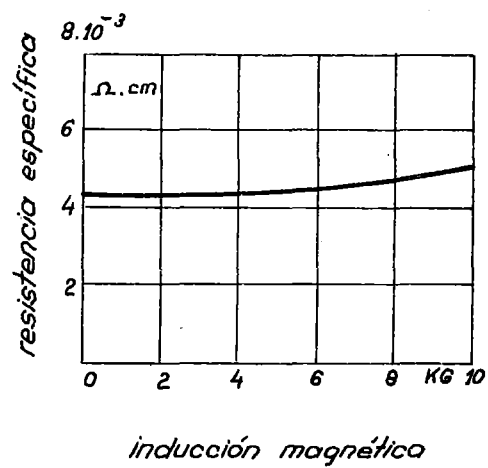


FIG. 3-12

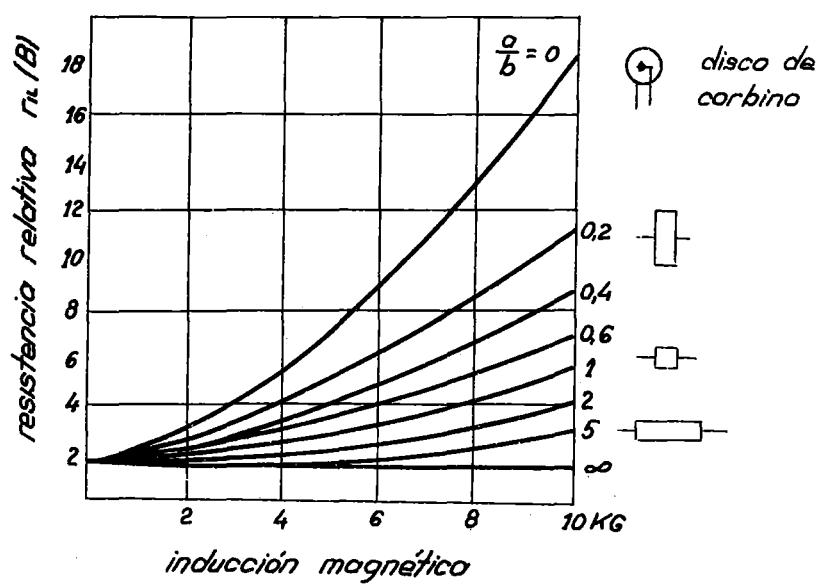


FIG. 3-13

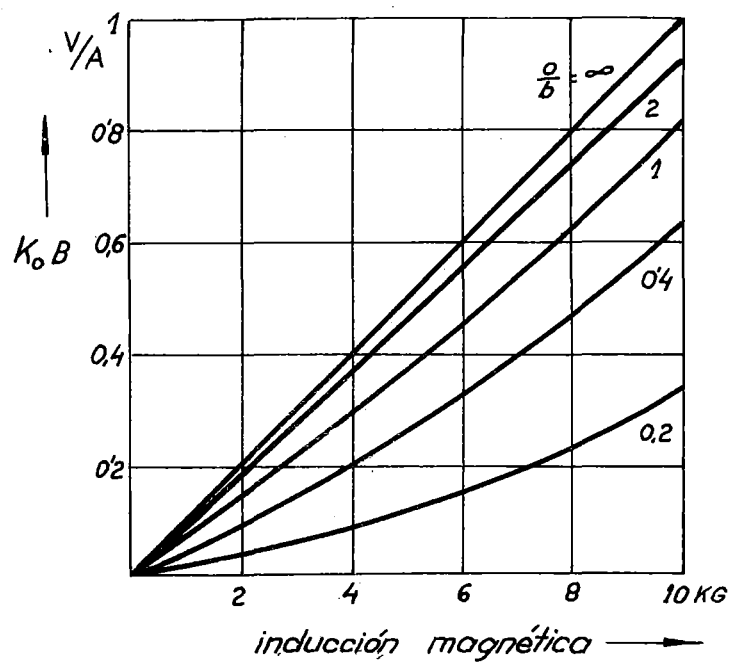


FIG. 3-14

	$a/b$	efecto Hall	magneto-resistencia	designación
	$a/b = \infty$	grande	pequeño	generador Hall
	$a/b = 1$	medio	medio	
	$a/b = 0$	pequeño	grande	resistencia controlable por el campo

FIG. 3-15

inducción magnética

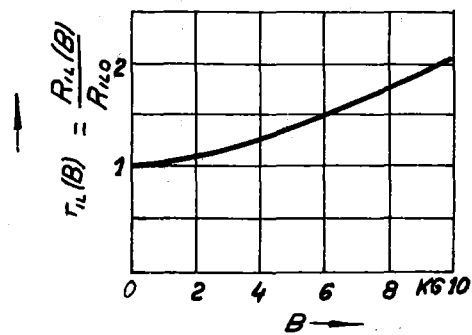


FIG. 3-16

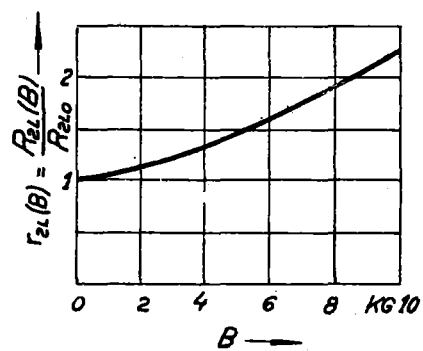


FIG. 3-17

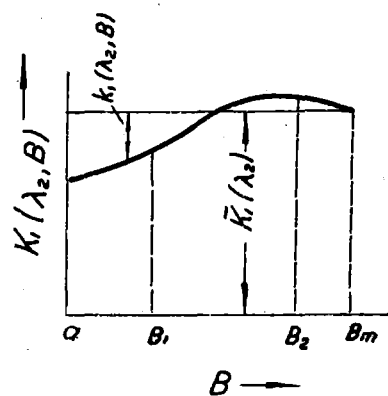


FIG. 3-18

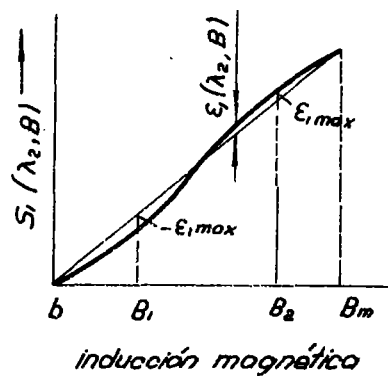


FIG. 3-19

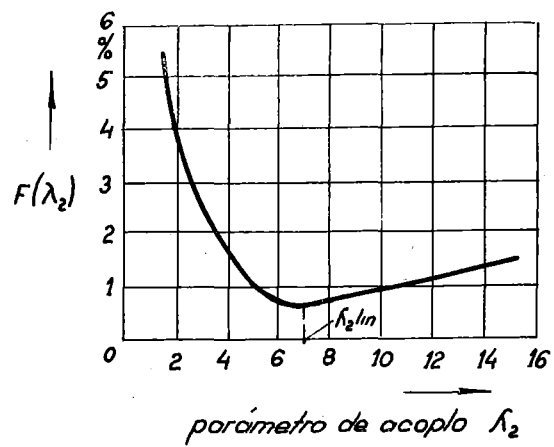


FIG. 3-20

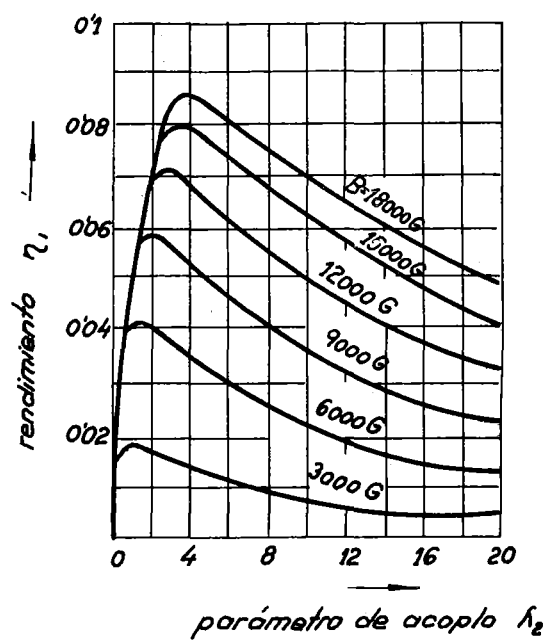


FIG. 3-21

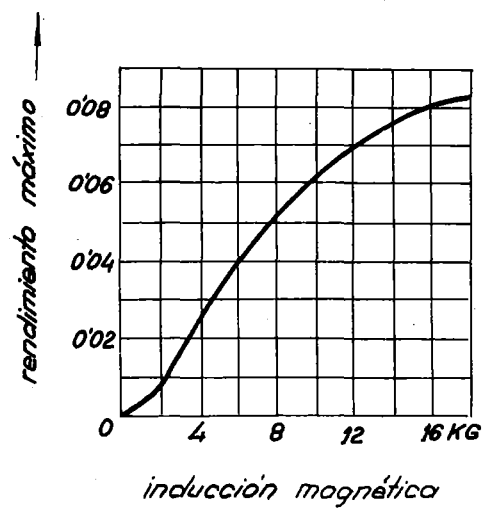


FIG. 3-22



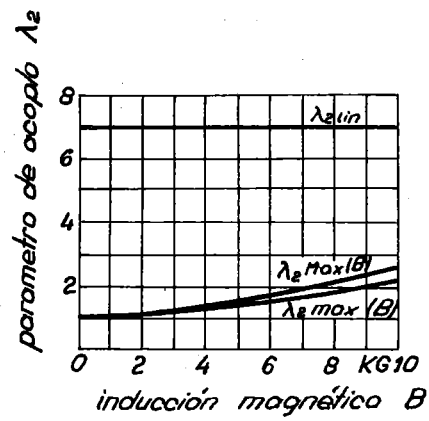


FIG. 3-23

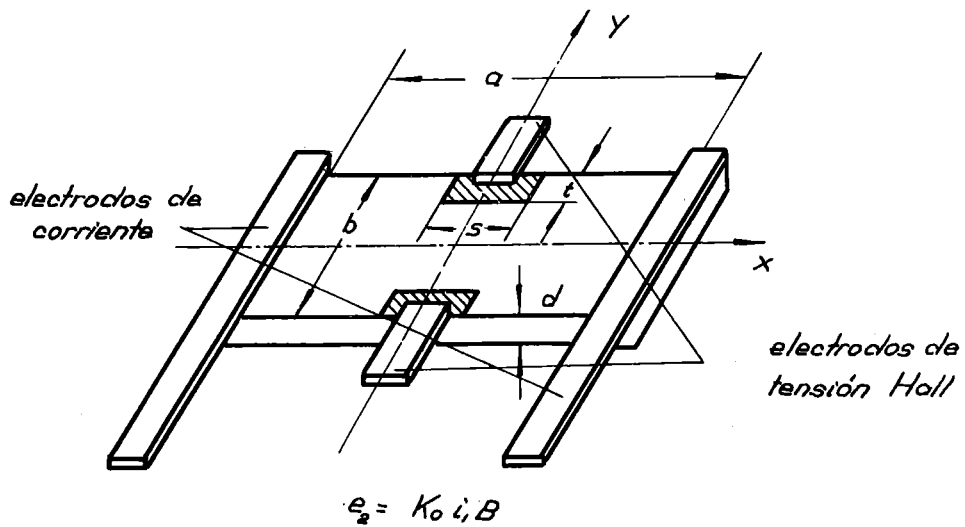


FIG. 3-24

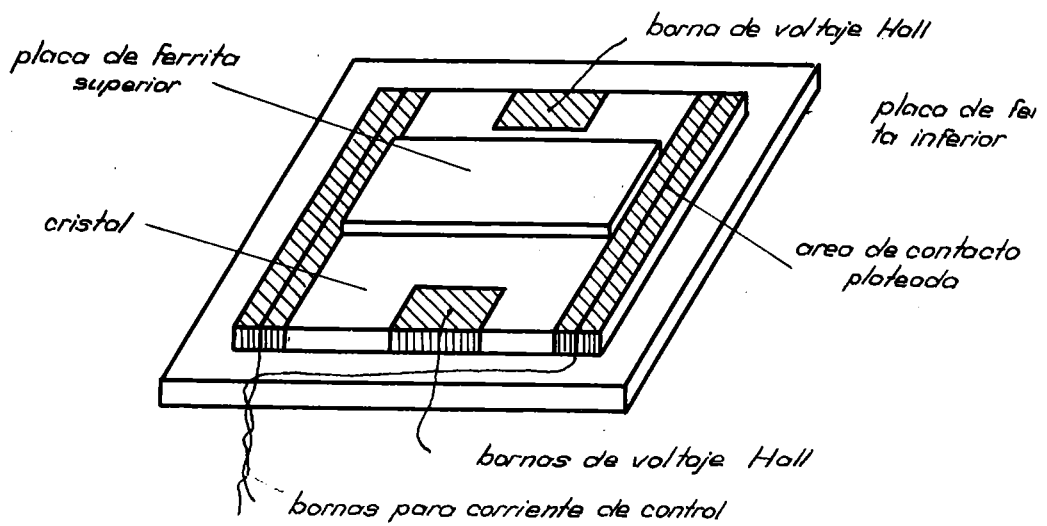


FIG. 3-25

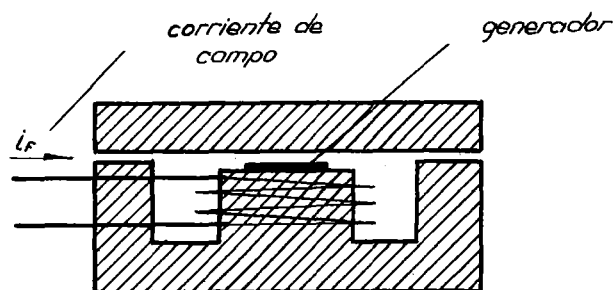


FIG. 3-26

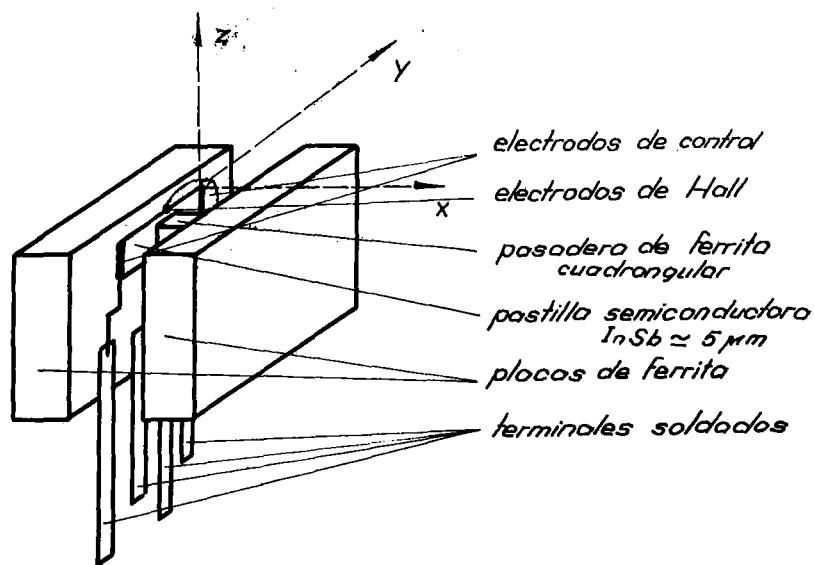


FIG. 3-27

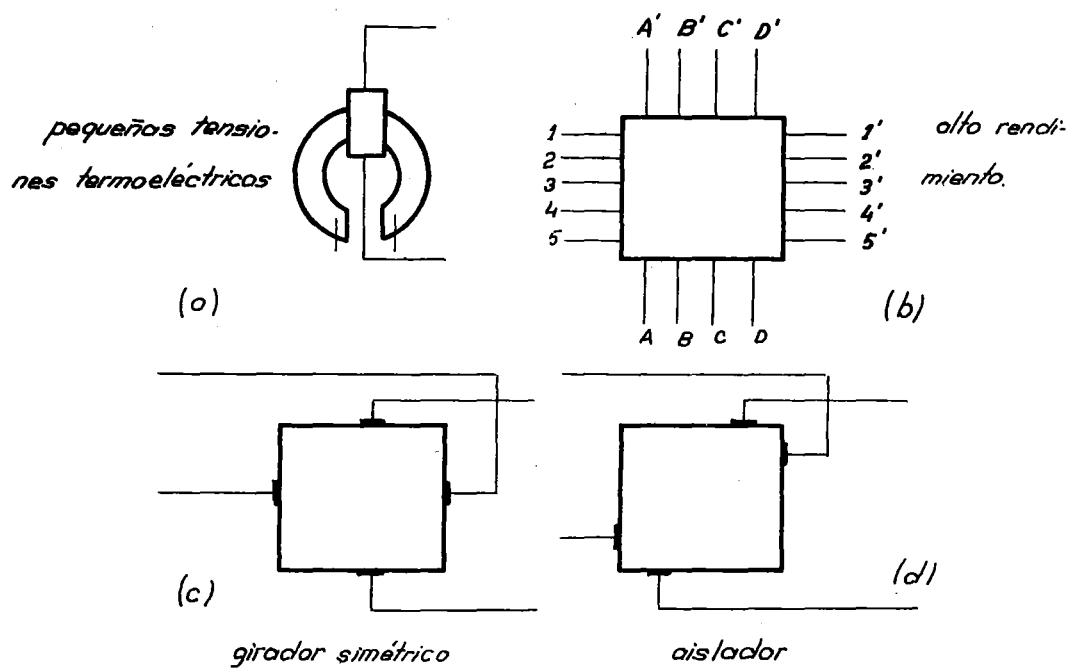


FIG. 3-28

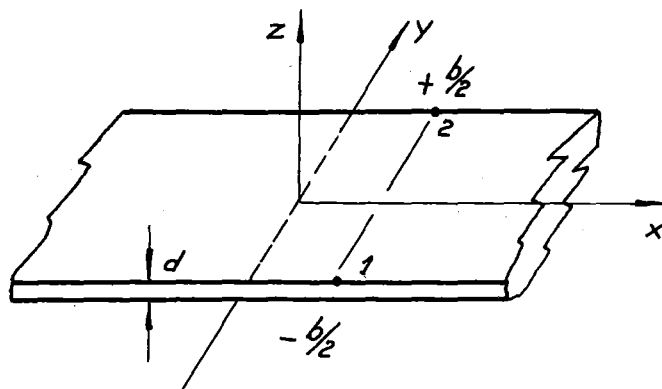


FIG. 3-29

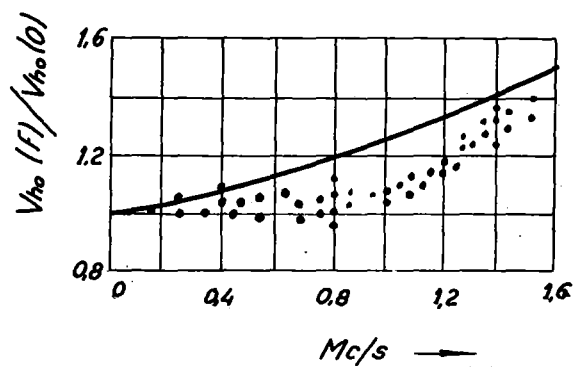


FIG. 3-30

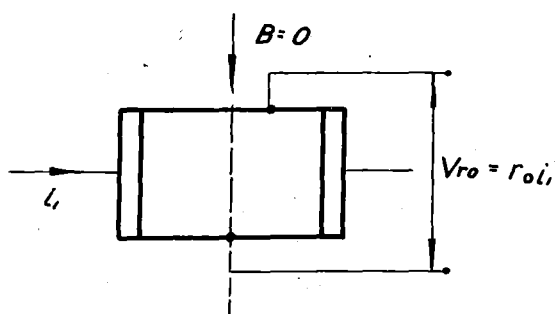


FIG. 3-31

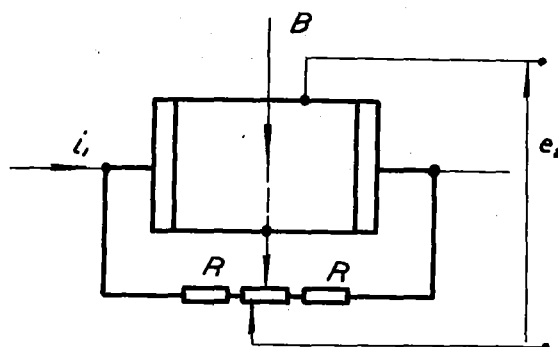


FIG. 3-32

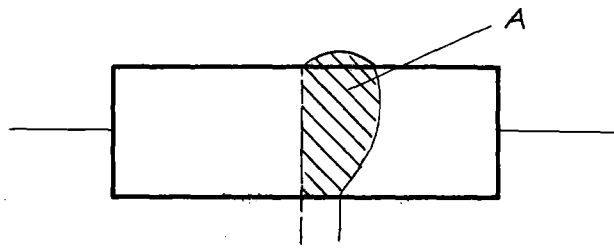


FIG. 3-33

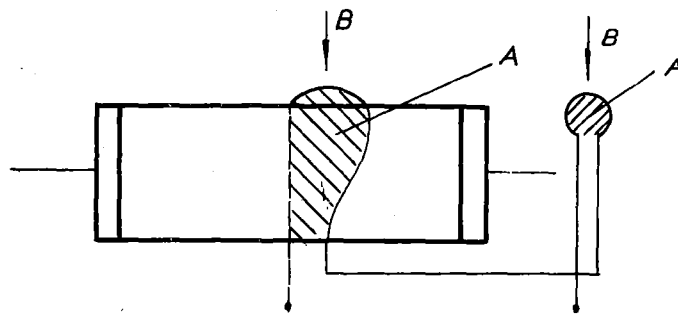


FIG. 3-34

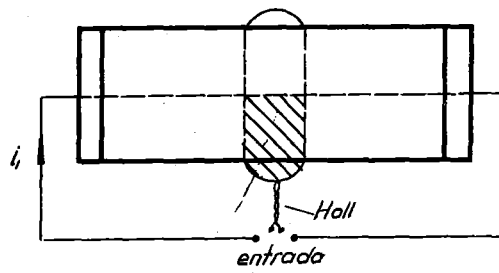


FIG. 3-35

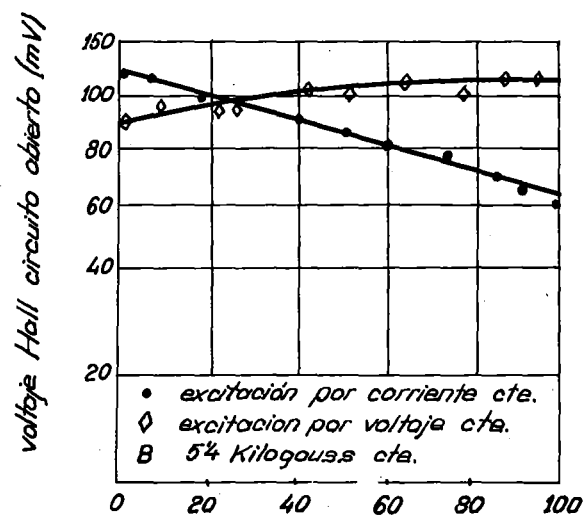
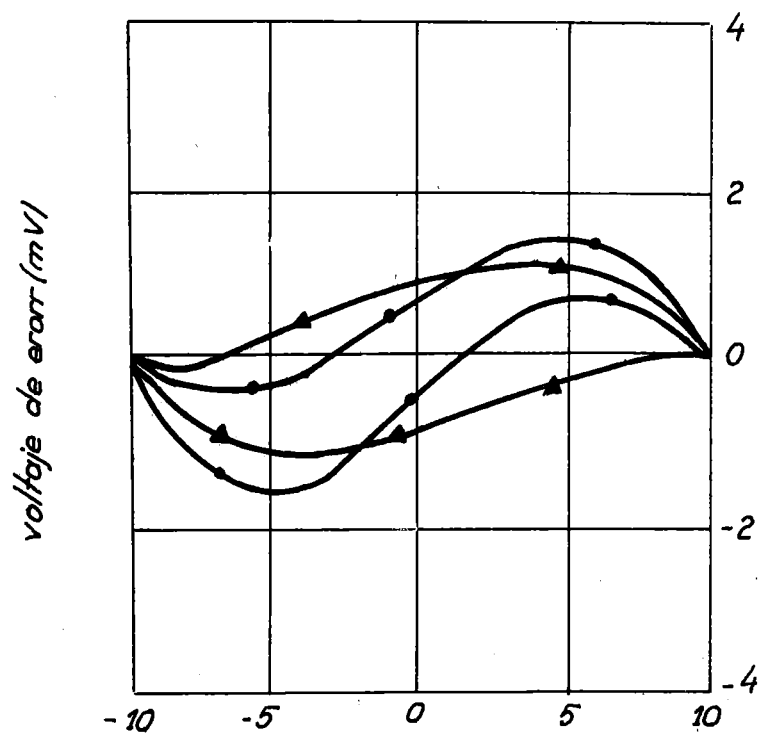


FIG. 3-36



▲ *acero al silicio de grano orientado.*  
 ● *48 % Ni, 52 % Fe.*

FIG. 3-37

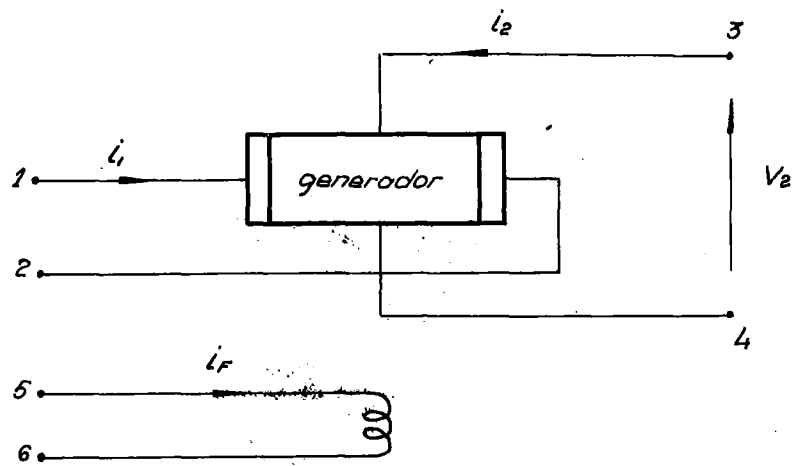


FIG. 4-1

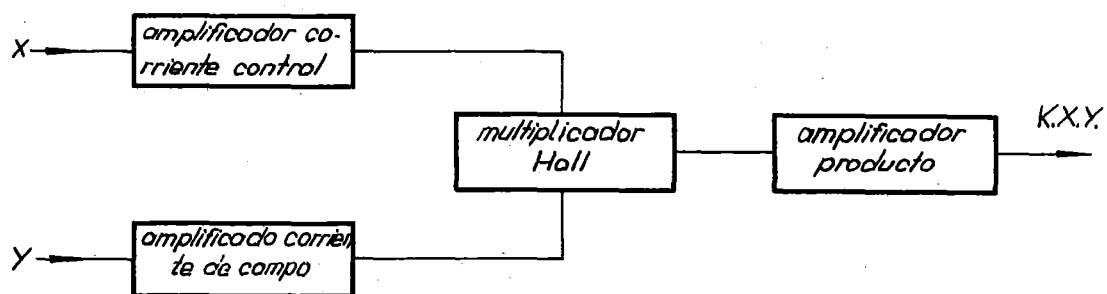


FIG. 4-2

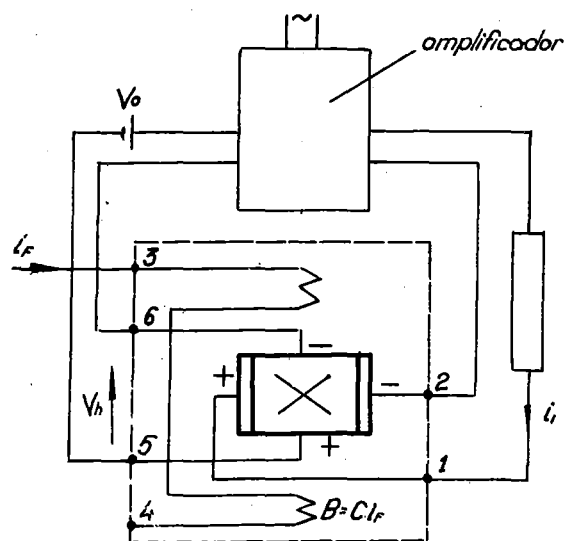


FIG. 4-3

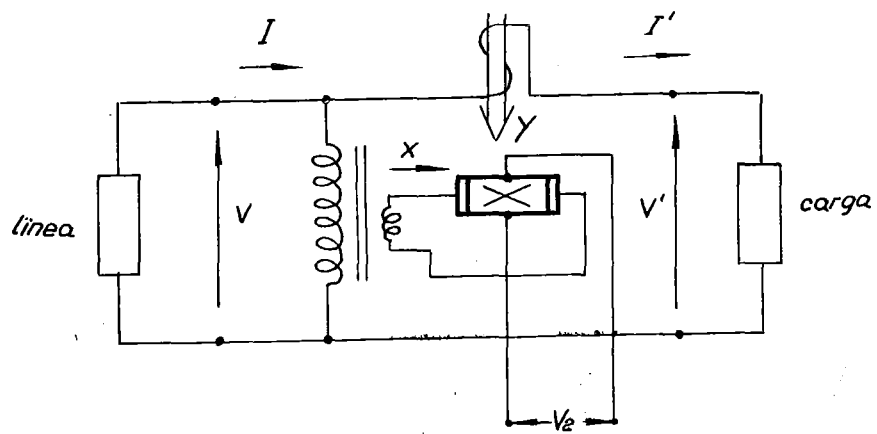


FIG. 4-4

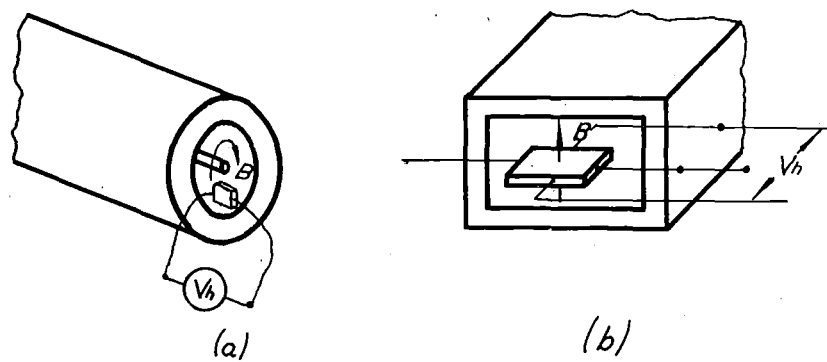


FIG. 4-5

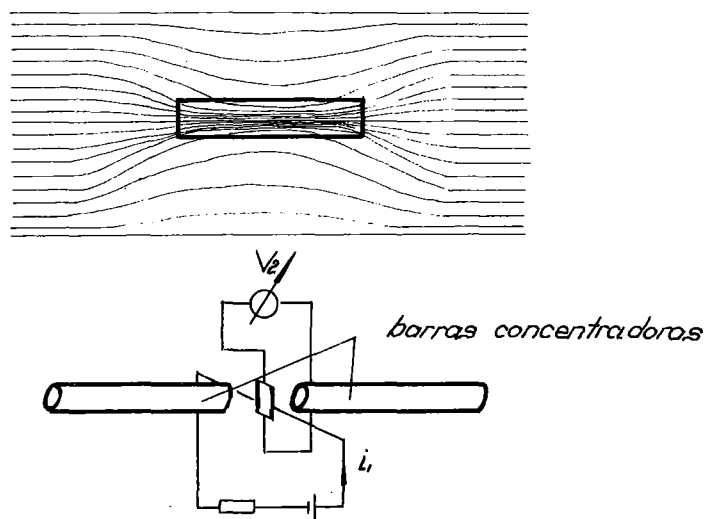


FIG. 4-6

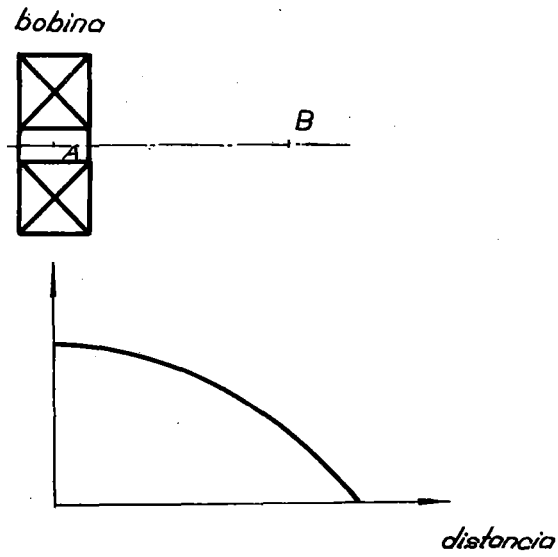


FIG. 4-7

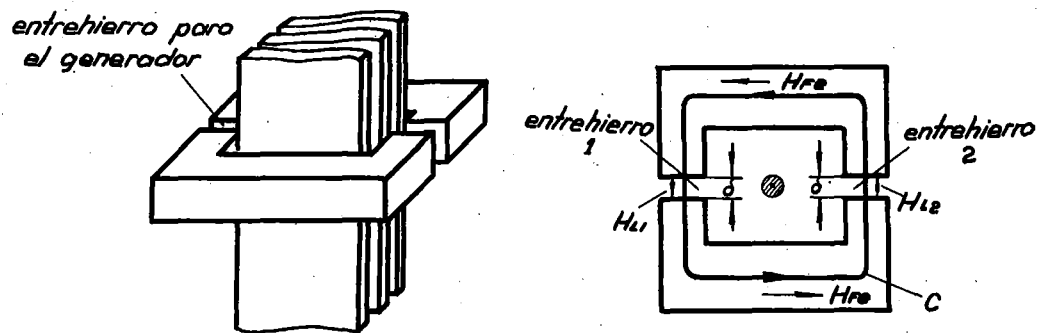


FIG. 4-8

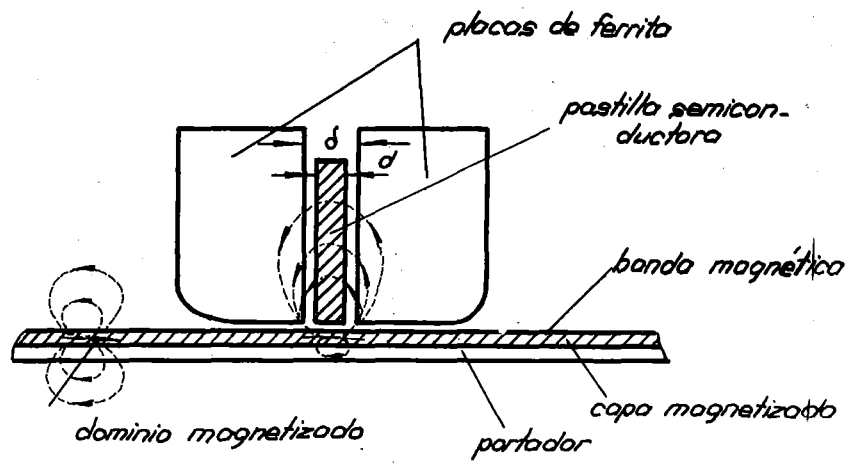


FIG. 4-9



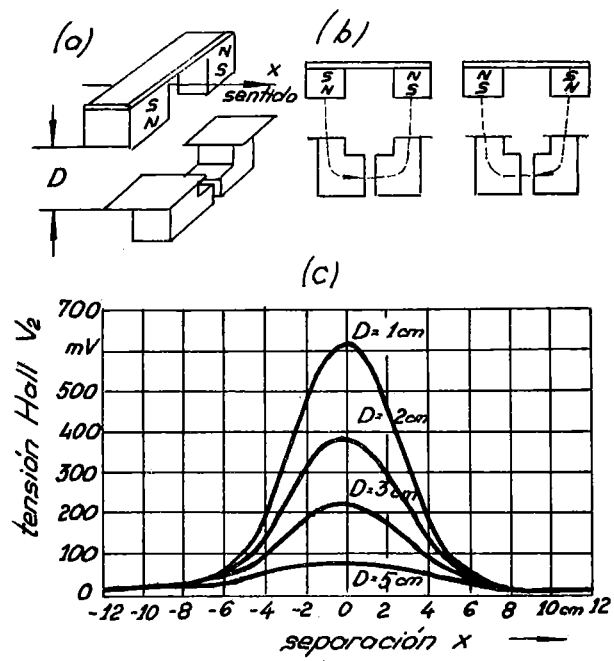


FIG. 4-13

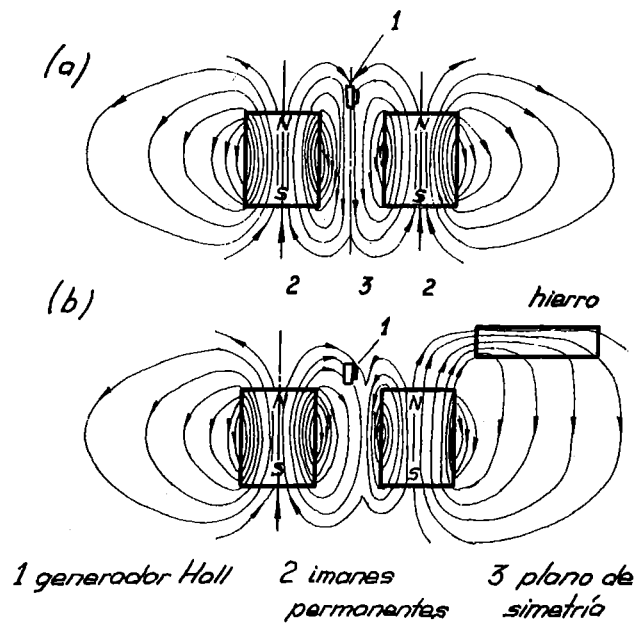


FIG. 4-14

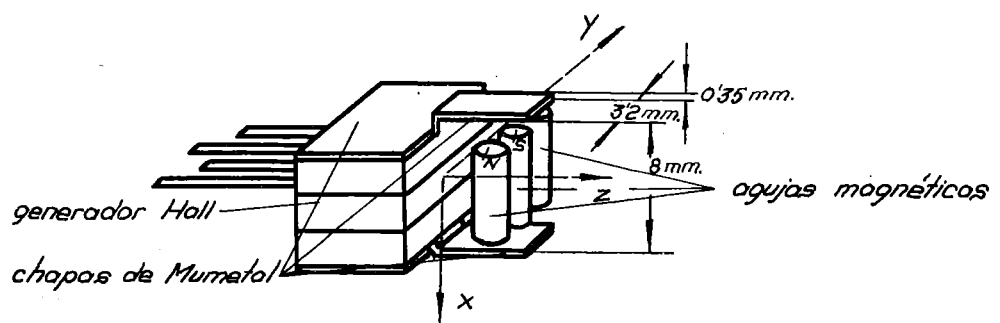


FIG. 4-15

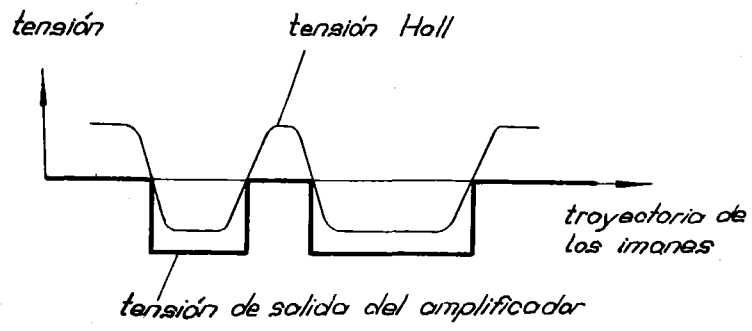


FIG. 4-16

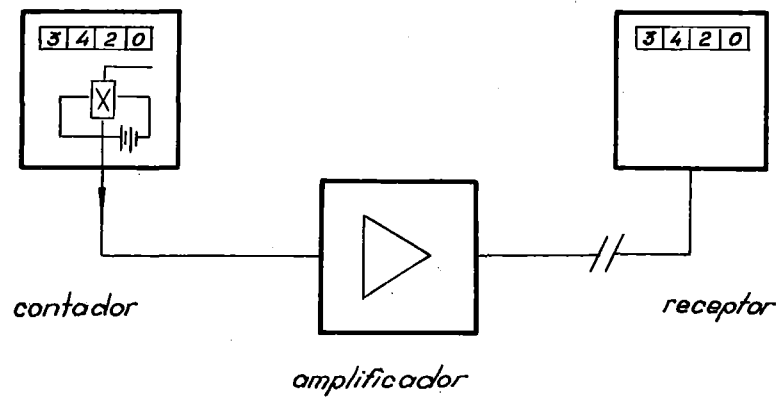


FIG. 4-17

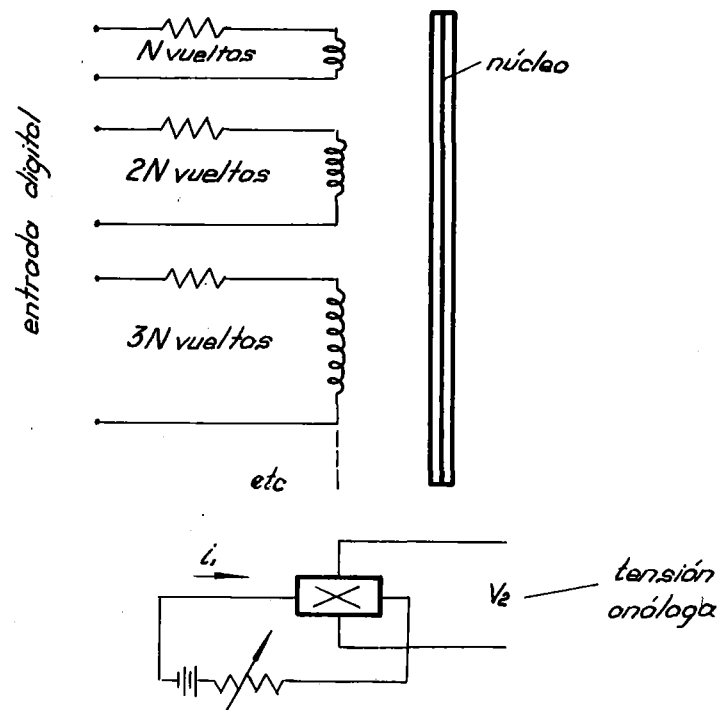


FIG. 4-18

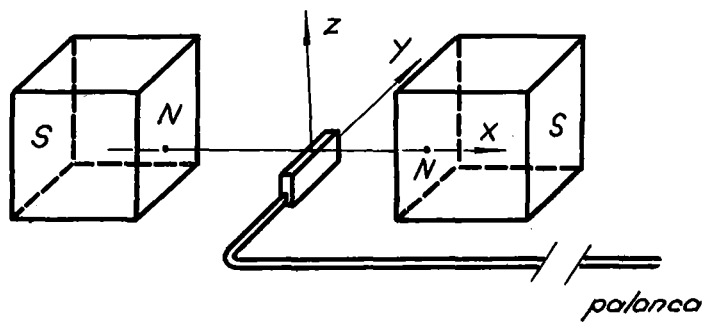


FIG. 4-19

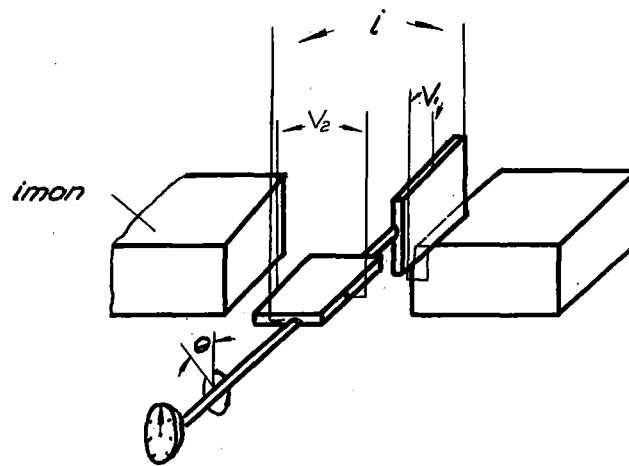


FIG. 4-20

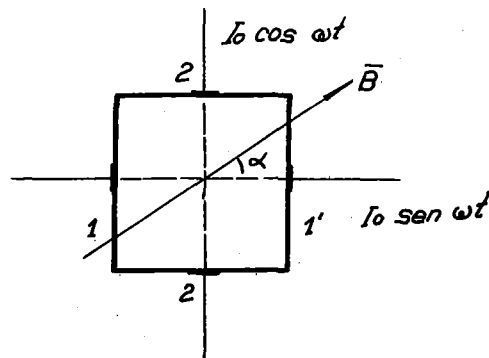


FIG. 4-21

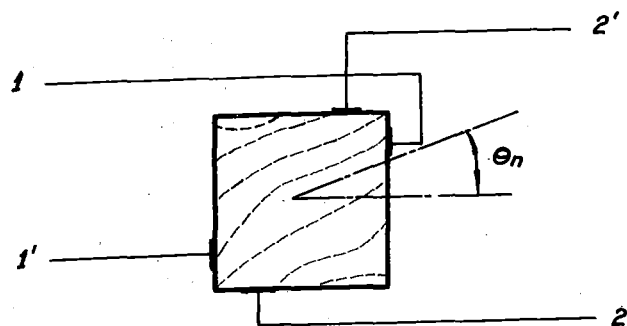


FIG. 4-22

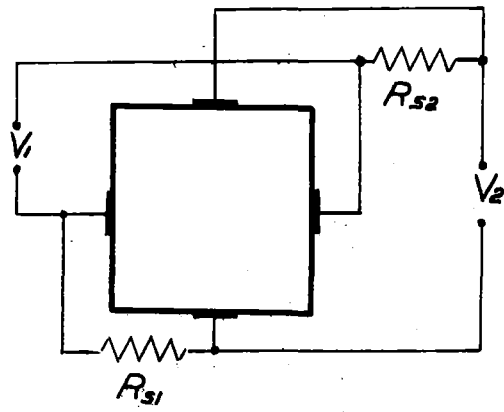


FIG. 4-23

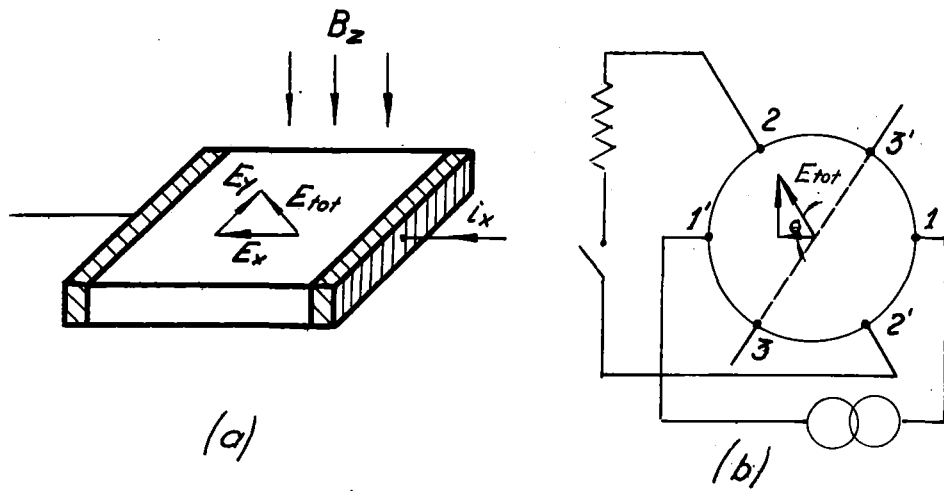


FIG. 4-24